Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Ransonnet, Franz J.

Theoretisches und praktisches Rechenbuch für alle Stände

Regensburg 1792

Regensburg, Staatliche Bibliothek -- 999/Philos.1251
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11110097-4
VD18 10722793-003

Philos.
1251

Staatl. Bibliothek
Regensburg
Philos. 1251

Philosoph. 1251

Theoretisches und praktisches Rechenbuch für alle Stände.

Vom

Franz Joseph Ransonnet

Freyherrlich- von Dürniz. Hofmarksbeamten zu Oberschneiding und Hienhard, dann bürgerlichen Weingastgeb zu Straubing.

Philos. 1251

Regensburg,

gedruckt bey Anton Lang, hochfürstl. bischöfl. Hofbuchdrucker.

1792.

APPROBATIO

des Churfürstlichen Bücherzensurkollegiums in München.

Diesem theoretischen und praktischen Rechenbuche wird als einem Buche, dessen Inhalt ganz sittlich und unbedenklich ist, das Imprimatur ertheilet.

Sign. München im kurfürstl. Bücherzensurkollegium den 27 März 1792.

Sigmund Graf von Sprety, Präsident.

Regiſtr. 166.

Fr. Xav. Graf, w. R. u. Sekretär.

Staatl. Bibliothek
Regensburg

Dem

Hochwürdigsten, Hochgebohrnen

Herrn, Herrn

Cölestinus,

des

heiligen römischen Reichs Fürsten,

und

des kaiserlichen unmittelbaren freyen Reichsstiftes zu St. Emmeram in Regensburg würdigstem Abte rc.

Meinem gnädigsten Fürsten und Herrn.

Hochwürdigst = Hochgebohrner
des heil. röm. Reichs Fürst,
Gnädigster Herr Herr!

Das stammelnde Kind faßt sich aus der Mine der Mutter Stoff zur Freude, oder Traurigkeit: der reifere Jüngling ahmet die Verrichtungen seines Vaters nach: und der Unterthan fügt sich nach den Neigungen seines Fürsten. So blickte auch ich mit seliger Wonne auf den hin, auf welchen das umwölkte Aug des Unterthans, als seinen ersten Schätzer, und bevollmächtigten Schiedrichter vorzüglich zu sehen hat — auf den Hochwürdigsten, Hochfürstlichen Reichsfürsten zu St. Emmeram, meinem gnädigsten Grundherrn. Und da ich bey diesem Hinblicke nichts anders, als den nunmehr thätigsten Beförderer der Litteratur, und den ehmaligen rastlosen Lehrer der mathematischen Wissenschaften erkannte: was war natürlicher, als daß der heiße Wunsch in meiner Seele aufstieg, auf je eine entsprechende Art mich diesem erhabnen Beyspiele ähnlich zu machen, und dadurch an

Tag

Tag zu legen, wie sehr das nachahmungs-würdigste Vorbild menschlicher Bestrebsamkeit, der litterarische Aufklärungsgeist meines Fürsten auch auf mich, als Höchstdero unterwirfigsten Grundunterthan gewirket habe. Ich sammelte daher in den Stunden der Muße die durch vieljährige Lektür, und praktische Ausübung erworbenen Kenntnisse, und Aufsätze der Rechenkunst, ordnete sie nach meinen Kräften in ein systematisches Lehrbuch, und weihe sie nun mit unterthänigster Ehrfurcht Eurer Hochfürstlichen Gnaden ꝛc. ꝛc. zwar als Erstlinge meiner litterarischen Arbeiten, die aber doch ihrem innern Werthe gemäß nicht ganz ungnädig aufgenommen werden mögen, in welch süßester Hoffnung sich zur Hochfürstl. stäter Huld und Schutze unterthänigst gehorsamst empfiehlt

Eurer Hochfürstl. Gnaden

unterthänigst- gehorsamster
Joseph Ransonnet.

Vorrede.

Meine Vorrede soll keine Empfehlung für mein Buch seyn: ich will dem Publikum einzig die Ursache entdecken, die mich dieses Büchchen zu verfertigen bewog, und den Zweck, den ich während der Verfertigung immer vor Augen zu haben mich bemühte. In den Jahren der Kindheit, im Knaben- und Mädchenalter weiß Niemand den Standort, den die Vorsehung für ihn bestimmet hat, um in demselben sein Bischen zum allgemeinen Menschenwohle beyzutragen. Fähigkeiten, Geburt, Neigung, und Glücksumstände müssen in der Zukunft erst die Verhältnisse bestimmen, in denen der Mensch seine Ruhe, seine Zufriedenheit, sein Glück zu suchen denket. Da also Niemand im frühen Alter seine künftige Bestimmung weiß, da der Knab und das Mädchen in verschiedene Stände treten können, so müssen sie sich um jene Kenntnisse bewerben, die ihnen zu jedem Stande nützlich sind. Und was ist wohl im Menschenleben für jeden Stand ohne Ausnahme nützlicher, was unentbehrlicher, als das Rechnen? Das Frauenzimmer und das Mannsvolk hat gleiche Nothwendigkeit, sich um diese Wissenschaft zu bewerben.

Es giebt Rechnungsbücher genug, und von Männern, die mich an Verdiensten, und Einsichten weit übertreffen. Die Meisten schränkten sich für die öffentlichen Schulen ein, und schrieben nur für mehr gebildete Leute, für Studirende. Keiner schrieb ein Buch für alle Stände, keiner ein allgemeines zugleich theoretisch- und praktisches Rechenbuch, welches meinem Vorhaben nach mein Büchchen seyn soll. Ich bemühte mich sehr diesen Zweck zu erreichen. Ob ich ihn erreicht habe, lasse ich dem Urtheile des Publikums übrig: der Wille war gewiß sehr gut. Indeß glaube man ja nicht, daß ich mir deßwegen, weil ich für alle Stände schrieb, erlaubte, weniger gründlich zu seyn: Nein! ich bin über nichts unwilliger, als über den blos mechanischen Unterricht im Rechnen. Der Schüler soll überall die Ursache, und den ersten Grund erfahren, um nicht einer Puppe, die durch ein Federwerk in Bewegung gesetzt wird, gleich zu werden. Der Himmel segne mein Bemühen, und lasse dieses Werkchen meinem guten Willen gemäß nützlich seyn.

Ein-

Einleitung zur Rechenkunst.

§. 1.

Die Rechenkunst ist eine Wissenschaft, welche lehret mit Ziffern gehörig umzugehen, und aus bekannten Zahlen unbekannte zu finden.

§. 2. Ihre Hauptabtheilung ist **Theorie** und **Praktik**: jene beurtheilet die Eigenschaften der Zahlen; diese aber lehret die Anwendung derselben auf vorkommende Fälle.

Da ich nun hauptsächlich bey der letztern stehen bleibe: so muß ich erinnern, daß diese praktische Rechnung ferners in eine **allgemeine**, und **besondere** getheilet werde; jene enthält die ersten Gattungen sowohl in ganzen als gebrochenen Zahlen, die Regeln von 3, 5, und mehrern Sätzen, wie derley bey Hauswirthschaften und Gewerben täglich vorfallen ꝛc.; diese kömmt Wechslern, Münzbehältern, Kaufleuten en gros, dann Mathematikern, und Astronomen ꝛc. allein zu.

A §. 3.

§. 3. **Erklärung.** Der Einser (1) ist eine Ziffer, welche den Grund, und Anfang aller Zahlen ausmacht; denn ich kann mir z. B. nicht 2 Pferde denken, wenn ich nicht zum voraus den Begriff von 1 Pferde habe.

Die **Einheit** aber ist jedes einzelne Ding für sich allein betrachtet: z. B. 1 Gulden; 1 Haus ꝛc.

§. 4. **Erkl.** Eine **Zahl** heißt eine Mehrheit von Dingen einerley Art: als 3 Pferde, 27 Häuser, 347 Gulden u. s. w.

§. 5. **Erkl.** Wenn viele Dinge zusammen Eines machen: so heißt dieß ein **Ganzes**, oder eine **Größe**; die vielen Dinge aber nennt man in Ansehung des Ganzen die Theile, z. B. der Gulden ist das Ganze, und die Kreuzer sind die Theile.

§. 6. **Anmerkung.** Eine Zahl oder Größe kann vermehret, oder vermindert werden, wenn solche Einheiten, aus welchen sie selbst bestehet, zu ihr gesetzet, oder von ihr abgezohen werden.

§. 7. **Zusatz.** Aus Obigem folgt also, wenn mehrere Zahlen oder Größen von der nämlichen Benennung, d. i. fl. kr. dl. oder Schäfel, Mäßl, Zentner, Pfund und Loth ꝛc. in eine Summe gesammelt werden, so entstehet die **Addition**, z. B.

	1472 fl.	53 kr.	3 dl.
	623 =	42 =	1 =
	357 =	31 =	3 =
Summe	2454 fl.	7 kr.	3 dl.

Nimmt man eine Größe nur einmal von einer andern höheren hinweg, so ist die **Subtraktion** da, und es entwirft sich der Rest, z. B.

	723 Schäfel.	4 Metzen.	2 Mäßl.
	352 "	3 "	1 "
Rest	371 Schäfel.	1 Metzen.	1 Mäßl.

Wird aber die nämliche Zahl zu sich selbst öfters gesetzt, so entsteht die **Multiplikation**, welche ein Produkt auswirft, z. B.

```
          74365
             43
         ------
         223095
         297460
         ------
Produkt 3197695
```

Endlich wenn man eine Zahl von einer andern so oft, als es nur möglich seyn kann, hinweg nimmt, so ist es die **Division**, und der **Quotient** zeiget an, wie oft diese Möglichkeit zugegen war, z. B.

Divisor.	*Dividendus.*	*Quotiens.*
432	76234 (	$176 + \frac{202}{432}$
	3303	
	2794	
Rest	202	

Weitere nützliche Erklärungen.

§. 8. **Erklärung.** Ein Grundsatz (Axioma) ist ein so hell in die Augen, und Sinne leuchtender Vortrag, daß es keines fernern Beweises zur Bestättigung seiner Wahrheit mehr bedarf, als: Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich, folglich auch größer, als jeder einzelne Theil. Wenn zwo Größen einer dritten gleich sind, so sind sie auch gleich unter sich. Jede Größe ist sich selbst gleich, und mehr andere dergleichen werden an Ort und Stelle vorkommen.

§. 9. **Erkl.** Es giebt auch andere Sätze, deren Wahrheit nicht gleich in die Augen oder Sinne fällt, und diese behaupten blos, daß etwas so, und nicht anders sey; man nennt sie **Lehrsätze** (Theoremata) der beygesetzte Beweis ist erst für die Wahrheit derselben Bürge.

§. 10. **Erkl.** Ein **Lehnsatz** oder Lemma ist jener, der eigentlich an den Ort nicht gehört, wo er angeführt wird, und den man blos deßwegen beybringt; weil er zur deutlichern Erläuterung der abzuhandelnden Sache dienlich ist.

§. 11. **Erkl.** **Aufgaben**, oder Problemmata sind beym Rechnen Vorträge, welche die Behandlung der Zahlen (Größen) von uns fordern, und hiebey kommen 3 Sachen in Betrachtung, nämlich der Satz, die Auflösung (Resolutio) und der Beweis. In dem Satze geschieht der Vortrag dessen, was man machen soll; Die Auflösung giebt die nöthigen Regeln an die Hand, wodurch dem Vortrage Genügen geleistet wird, und der Beweis überzeuget unsern Verstand, daß, wenn das geschieht, was in der Auflösung vorgeschrieben stehet, so erhält man, was in der Aufgabe, oder dem Satze verlanget worden ist. Daher werden jeder Gattung die Beweise beygesetzet.

§. 12. **Anmerk.** Ich muß meine geneigten Leser erinnern, daß Beweise und Proben niemal, also auch nicht in diesem meinem Buche, als einerley zu betrachten sind, folglich nicht miteinander zu vermischen kommen; denn die Beweise überzeugen, daß die gegebenen Regeln der Aufgabe entsprechen; die Proben aber thun uns dar, daß wir in der Manipulation, oder Bearbeitung der Ziffern selbst ächt und ohne Irrung vorgeschritten sind.

§. 13. **Anmerk.** Wie schon erwähnet wurde, so heissen eine Größe alle Dinge, die sich vergrößern, oder

ver-

verkleinern lassen, und daher ist es unmöglich, die höchste Größe, oder höchste Zahl jemals zu erfinden, oder auszudrücken, weil immer noch ein Zusatz gemacht werden kann.

§. 14. **Erkl.** **Zusätze oder Folgerungen** sind Wahrheiten, die aus dem Vorgehenden unmittelbar gezohen werden können.

§. 15. **Erkl.** **Anmerkungen** sind blosse Erläuterungen zu mehrerer Klarheit des Behandelten, und zum deutlichern Verständnisse dienen, auch überall angebracht werden können.

§. 16. **Erkl.** **Wahlsätze** sind Zeichen und Ausdrücke, welche von der blossen Willkühr der Wählenden abhangen; also steht es in eines Jeden Belieben, fünf mit 5 (arabisch) oder mit V (römisch) zu schreiben; daher um der Zeit, und dem Papiere zu schonen, auch dem Lehrlinge die nöthigen Begriffe zu erleichtern, will ich einige angenommene Zeichen mit ihrer Bedeutung anführen, als das Zeichen der Sammlung, oder Addition ist $+$, lies also $5 + 3 =$ fünf und drey: jenes der Subtraktion ist $-$, und $7 - 3$ lies sieben weniger drey, oder auch $3 - 7 =$ drey von sieben. Bey der Vermehrung oder Multiplikation ist das angenommene Zeichen ein liegendes Kreuz, als 7×5 lies siebenmal fünf oder fünfmal sieben: in der Division, oder Zertheilung sind das Zeichen zween Punkte, als : daher $5 : 15$ lies fünf in fünfzehen. Das Zeichen der Gleichheit zwoer Größen ist $(=)$ als $5 + 3 = 6 + 2$ lies fünf und drey sind gleich sechs und zwey. Eben dieses Zeichen nehme ich auch zum Verhältnisse, oder der Proportion an (andere nehmen zwar dieses ($\div$) das Wurzelzeichen ist ($\surd$)

Eben so nothwendig als nützlich ist es, sich diese sehr wenige Zeichen in das Gedächtniß zu prägen, ohne wel-

welches weder dieses, noch ein anderes der neuern Rechenbücher zu verstehen seyn wird.

§ 17. Anmerk. Man soll Lehrlinge gewöhnen, die Erklärungen der Grund- Lehr- Lehn- und Wahlsätze, dann Aufgaben, und ihre Regeln, und andere Sätze, nebst nachfolgenden Beweisen und Proben auswendig zu lernen, oder ihrem Gedächtnisse durch Fragen nach Möglichkeit zu Hilfe zu kommen: Kurz! geschickte Lehrer finden tausend Vortheile, den schwachen Geist ihrer Zöglinge zweckmäßig und vollkommen zu bilden.

§. 18. Anmerk. Die Zahlen sind bey den Völkern zerschieden, und wie selbe blos aus der willkührlichen Einrichtung der Menschen ihren innerlichen Werth, und ihre Geltung erhalten haben: nahmen sie auch aus zerschiedenen Karaktern ihren Ursprung. Die zwar anfangs rohe Erfindung und Kunst zu rechnen danken einige den Arabern, andere den Indianern; jene sagen dieses, und diese jenes: Genug, daß wir uns dieser verbesserten Wissenschaft nunmehr mit größtem Vortheile bedienen, und uns in der Hauptsache wenig bekümmern, wem wir den Anfag der Gestaltung, Setzung, und die rohe Anwendung derselben zu danken haben; dem Witze, und der Uebung sind wir doch gewiß die Vollkommenheit schuldig, womit in dieser Gattung der Wissenschaften unsere Zeiten vorzüglich glänzen, und wodurch uns der Schlüssel zu allen weiteren an die Hände gegeben wird.

§. 19. Anmerk. Es haben zwar einige sich bemühet, die gewöhnlich lateinischen Worte Numeration, Addition, Subtraktion, Multiplikation, und Division zu verdeutschen, als Zählung, Sammlung, Abziehung, Vervielfältigung, und Zertheilung. Ich finde es ohne wirklichen Nutzen; ich wähle also lieber das Erstere; denn ich habe hierinn meine Vor- und Nebengänger.

Erster

Erster Abschnitt.

Von der Numeration, oder Zählung.

§. 20. **Erkl.** Zählen heißt geschriebene Zahlen nach ihrem verhältnißmäßigen wahren Werthe recht aussprechen, oder die Ungeschriebenen vom Munde aus anschreiben. Der Gebrauch, und die Erlernung davon ist die Grundfeste alles Nachfolgenden; also läßt sich an ihrem Nutzen nicht mehr zweifeln.

§. 21. Grundsatz. Die Einheit ist die kleinste Ziffer, und die größte kann nicht erfunden werden.

§. 22. Aufgabe. Geschriebene Zahlen recht auszusprechen.

Auflösung. Fang von der rechten Hand des Schreibenden an, die ganze Reihe der geschriebenen Zahl in Klassen abzutheilen, deren jede 3 Ziffer enthält, so kommen in jede Klasse *a*) **Einheiten**, *b*) **Zehner**, *c*) **Hunderter**; in die erste Klasse einfache Einheiten, Zehner, und Hunderter, in die zwote Einheiten, Zehner, und Hunderter von Tausenden, in die dritte Einheiten, Zehner und Hunderter von Millionen, in die vierte Einheiten, Zehner und Hunderter von Millionen Tausenden, in die fünfte Einheiten, Zehner und Hunderter von Billionen, in die sechste Einheiten, Zehner und Hunderter von Billionen Tausenden, in die siebende Einheiten, Zehner und Hunderter von Trillionen u. s. w. Wer also 3 Ziffer einer Abtheilung recht ausspricht, kann auch die übrigen lesen, wenn er nur im Aussprechen obige Regeln, und Erläuterungen befolget.

Weiters ist zu wissen, daß bey obiger Abtheilung der Klassen alle Tausende mit Stricheln von unten, die Mil-

Millionen mit Stricheln von oben bezeichnet werden. Die Billionen mit zwey, und Trillionen mit drey derley Stricheln, und also ins Weitere. Nachfolgende Tabelle soll nebst beykommender ausführlicher Erklärung der Beyspiele zur näheren Erläuterung dienen.

Numerationstabelle.

Die einfache Zahl	4
Zehner nebst der einfachen Zahl	37
Hunderter nebst zehn und der einfachen Zahl	426
Tausender aber einfache Tausender	4214
Zehner nebst den einfachen Tausendern	52431
Hunderter nebst den zehn- u. einfachen ꝛc.	726812
Millionen aber einfache Millionen	5497203
Zehner nebst den einfachen Millionen	60040124
Hunderter nebst zehn- u. einfachen ꝛc.	210367918
Tausender nebst den hundertfachen ꝛc.	4502000349
Zehntausender ꝛc.	62345623417
Hunderttausender nebst ꝛc.	146978010006
Billionen (einfache) nebst ꝛc.	4507214789724
Zehner nebst ꝛc.	56723004121145
Hunderter nebst ꝛc.	762945767241392
Tausender nebst ꝛc.	8649724850147101
Zehntausender ꝛc.	97204567234010423

Also könnte diese Tabelle ins Unendliche fortgeführt werden, die meines Erachtens Jedem leicht und klar genug die Ordnung, welche in Aussprechung der Zahlen zu beobachten ist, vor Augen stellet.

Damit sich nun auch an Beyspielen kein Mangel zeiget, so erkläre ich folgende, als A, B, C, D.

A.

76,524

Lies: Sechs und siebenzig tausend, fünfhundert vier und zwanzig Gulden.

B.

75ʹ234,659

Lies: Fünf und siebenzig Millionen, zweyhundert, vier und dreyßig tausend, sechshundert, neun und fünfzig Zentner ꝛc.

C.

5,460'030,002

Lies: Fünftausend (tausend von Millionen) vierhundert sechzig Millionen, dreyßig tausend und zween Bünde Heu liegen in dem Magazine.

D.

6,945''000,072'645,342

Lies: Sechstausend (tausend von Billionen) neunhundert fünf und vierzig Billionen, zwey und siebenzig Millionen, sechshundert fünf und vierzig tausend, dreyhundert zwey und vierzig Ziegel liegen zum Beyspiel auf sämtlichen Schloßgebäuden.

§. 23. Aufgabe. Aus des Redenden Munde jede Zahl niederschreiben.

Auflösung.

1mo Wer die Abtheilung vorgehender Beyspiele, und jene der Numerationstabelle wohl geübt und überleget, und in Lesung derselben Fertigkeit erworben hat, der wird einsehen, daß zum Schreiben der Zahlen eben eine solche Abtheilung in Klassen von 3 zu 3 Ziffern, jedoch umgekehrt von linker zur rechten Hand müsse angewendet, oder doch im Kopfe gedacht, und da, wo keine wirklich geltende Ziffern ausgesprochen sind, ihre Stelle mit Nullen ausgefühlt werden.

2do Bey dem ersten Ausdrucke der Aufgabe, welchen der Redende angiebt, ist wohl zu bemerken, ob er von einfachen Zehnern, oder Hundertern spricht, und nach Maaße dessen werden 1, 2, oder 3 Ziffer in die erste Klasse linker Hand des Schreibenden gesetzt; dann geht die Ordnung wie oben fort.

3tio Ist rathsam, unter währendem Anschreiben bey Tausendern das Strichel nach §. 22. unten, bey Millionen ꝛc. oben gleich anzubringen, damit die Klassen sichtig, und die Irrung vermieden werde.

§. 24. Anmerk. Man hat zu diesem Ende die 4 oben, und jene in der Numerationstabelle aufgeführte Beyspiele zur Uebung umzuwenden, dem Lehrlinge durch Aufgaben öfterer Beyspiele eine höchst geläufige Fertigkeit hierinn anzugewöhnen, damit er nicht zu höheren Sachen übergehe, und dieser Kleinigkeit zum eigenen Hohne unwissend seinen weitern Vorschritten selbst hinderlich sey.

Zweyter Abschnitt.

Von der Addition oder Sammlung der Zahlen.

§. 25. Erkl. Die Addition oder Sammlung ist eine Zusammenziehung mehrerer besonderer, doch gleich benannter Zahlen in eine einzelne Summe, welche alle gegebene Theile in sich begreiffen muß.

Diese besondere Zahlen heißen die zu Addirenden, das hieraus Entspringende aber wird die Summe genannt.

Der Gebrauch dieser Gattung bestehet hauptsächlich darinn, wenn verschiedene Posten der Einnahme und Ausgabe, der Aktiv- oder Paßivstand eines Vermögens, item der Zusammenfluß, und die Aufhäufung flüßig- und unflüßiger Dinge ꝛc. gefodert wird.

§. 26. Grundsätze: **Wenn man gleiche Ziffern zu gleichen, oder ungleiche zu ungleichen sammelt, so entspringt abermal eine gleiche Zahl. Werden aber ungleiche zu gleichen addirt, so kömmt in der Summe eine ungleiche Zahl zum Vorschein. Was die Addition giebt, das nimmt die Subtraktion wieder. Die Summe ist allen seinen Theilen gleich.**

§. 27. Zusatz. Die Zahlen müssen gleichnamig seyn, das ist, von einer Gattung der Benennung; denn es ist leicht zu ermessen, daß Gulden, Kreuzer und Pfenninge, Zentner, Pfund und Loth, dann Klafter, Schuh, Zohl und Linien nicht in eine Summe können addiret werden. Also

§. 28. Aufgabe. Mehrere besondere Zahlen unter gleicher Benennung in eine Summe zu addiren.

Auflösung.

1mo Die zu sammelnden Zahlen sollen auf so eine Art untereinander gesetzet werden, daß einfache unter einfache, Zehner unter Zehner, Hunderter unter Hunderter ꝛc. auf das genaueste zu stehen kommen.

2do Nach unterzohenem Querstriche fängt man die Sammlung in der ersten Säule oder Reihe von der rechten Hand des Schreibenden an, und zwar also, daß man auf= oder abwärts die Ziffern zusammen zähle.

3tio Daß man Einfache unter die Einfachen hinschreibe, und die vorhandenen Zehner zur nächsten Reihe gleich einzähle. In der zwoten Säule werden die weiters gefundenen Einfachen (die hier aber schon wirklich zehnfache Dinge sind) unten wieder angesetzt, und das, was hundertfach ist, abermal zur nächsten Säule eingezählt, und so wird fortgefahren, bis alle zu addirende Zahlen in eine einzelne Summe gebracht worden sind.

§. 29. Beweis. Aus der Sammlung aller Theile entsteht das Ganze. Nun nach obigen Regeln werden alle Theile gesammelt, folglich kömmt eine Summe heraus, die allen Theilen gleich ist, und dieß wurde in der Aufgabe gefodert.

Deut=

Deutliche Erklärung eines Beyspieles.

Durch die (§. 16.) gesetzte Wahlsätze erkläre ich hier nebenstehendes Beyspiel, und zähle rechts aufwärts, und fange an 3 + 6 ist 9 + 4 ist 13 + 3 ist 16, wovon ich den 6 unter den Strich niederschreibe, und den 1 als eine zehnfache Ziffer zur nächsten Reihe, wo eben lauter zehnfache stehen, einzähle, indem ich sage 1 + 7 ist 8 + 2 ist 10 + 9 ist 19 + 2 ist 21, hievon setze ich wieder den 1 unter die Zehner, behalte den 2 als hundertfach zur nächsten Reihe, und sage 2 + 9 ist 11 + 7 ist 18 + 7 ist 25 + 4 ist 29, dann setze ich den 9, und behalte 2 + 5 ist 7 + 6 ist 13 + 6 ist 19, weiters setze ich den 9 wieder an, und behalte 1 + 1 ist 2 + 7 ist 9, welcher angesetzt wird; daher lautet die ganze Summe 99916 fl. Eben so wird beym Gewichte B, Maaße C, und Ausmäßung D verfahren.

A.	
76423 fl.	zu addirende Zahlen.
16794	
5726	
973	
Sum. 99916 fl.	

B.	C.	D.
	87240	
73506	9763	25736
7234	572	4735
879	163	964
64	49	72
81683 Zentner.	97787 Eimer, Schäfel.	31507 Klafter.

Bey der Auflösung über die Addition stunden 3 Regeln. Hier folgt die

4te. Wenn kleine Gattungen, als Kr. Pf. vom Gelde, Metzen, Mäßl vom Maaße, auch Maaße und Quärtl vom Eimer, item Pfund, Loth vom Zentner, und Schuh, Zohl, dann Linien von der Ruthe, und also von andern Dingen vorkommen: so ist zwar die Addition, wie oben; aber jenes, was diese kleinere Gat-

Gattungen von ihre Ganzen in sich enthalten, muß durch die Division (wie ich lehren werde) herausgezohen, und zu ihren Ganzen hinüber gebracht werden, also so viel man durch 4 dividirend Pfenninge findet, geben sie Kreuzer, und 60 Kreuzer erst einen Gulden, auch 32 Loth ein Pfund, und 100 Pfund einen Zentner. Der Rest bey der Division dieser kleineren Gattungen wird unter dieselbe ordentlich angesetzet.

§. 30. **Anmerk.** Obstehender Beweis bezieht sich in seinem vollen Inhalte auch auf diese 4te Regel.

§. 31. **Anmerk.** Ehevor ich den Leser zur weiteren Bearbeitung schreiten lasse, muß ich selben erinnern, daß (hiemit erspare ich weitere Erklärungen) die hier im Gelde, Gewichte, Maaße und Ausmeßung zu addirende nachstehende Beyspiele in ihrer ersten Zeile immer das enthalten, was die kleineren Theile gegen das Ganze aufs höchste enthalten können. Als im ersten Beyspiele 7859 fl. 59 kr. 3 dl. mithin sind 59 kr. und 3 dl. das höchste dieser kleinern Gattungen, und im zweyten 99 ℔ 31 Loth abermal, was man am höchsten sagen kann, und so von übrigen. Als

Am Gelde.

7859 fl.	59 kr.	3 dl.
245 =	36 =	2 =
170 =	45 =	1 =
8276 fl.	21 kr.	2 dl.

Am Gewichte.

647 Zentner.	99 ℔.	31 Loth.
125 =	83 =	25 =
73 =	57 =	18 =
847 Zentner.	21 ℔.	10 Loth.

An Mäßerey auf Getreid.

Schäffel.	Metzen.	Mäßl.
5276	5	3
3796	4	2
178	3	2
9252 Sch.	3 Metz.	3 M.

Am Maaße auf Wein zu 60 Maaß den Eimer.

Eimer.	Maaß.	Quärtl.
345	59	3
279	46	2
92	37	2
718 E.	23 M.	3 Q.

NB.

NB. Zeitmaaß. Das gemeine Jahr zu 365 Tagen ist abgetheilt in 12 Monate, oder 52 Wochen, 1 Tag, und 6 Stunden. Daher das Schaltjahr 366 Tage bekömmt.

NB. Bey obstehenden Beyspielen soll die nachfolgende Probe von jedem fleißigen Leser angebracht werden.

§. 32. Probe. Obschon durch obangezohene Regeln nicht der mindeste Zweifel mehr übrig bleibt, daß in der Summe alle zu addirende Zahlen nach ihrem innerlichen Werthe zu stehen kommen: so ist doch nicht richtig, daß in der Sammlung der Ziffern selbst kein Fehler vorgegangen sey. Diese Richtigkeit darzuthun, soll die Untersuchung oder Probe angestellt werden, damit sich der denkende Mensch überzeugen könne, daß die zwar in sich sichere Regeln auch sicher sind angewendet worden, und also ein Beweis und eine Probe beym Rechnen nicht einerley Dinge sind, wie (§. 12.) schon erinnert worden.

Es giebt mehrere Arten der Untersuchung, als durch Dividiren 5.7.9. et 11. sie sind aber nicht einmal erwähnungswürdig, sondern fehlerhaft. Die Untersuchung einiger, da sie einmal auf- das andremal abwärts die Sammlung vornehmen, ist nicht überzeugend, eben so, wie die von zwoen Personen gemachte Addition; weil sich aus beyden aufs höchste nur eine moralische Gewißheit folgern läßt, und also unser Verstand noch immer unüberzeugt bleibt.

Die Untersuchung durch Abziehung, wo die obere der zu addirenden Zahlen indessen weggelassen, und die Summe der übrigen von der ganzen Summe abgezohen, wieder die obere Zahl hinterläßt, muß ich zwar als richtig, und überzeugend, aber zu weitläufig ansehen, zum Beyspiel:

5723 fl.

5723 fl.	24 kr.	2 dl.
3279	37	3
3245	21	3
245	46	3
12494	10	3
6770	46	1
5723	24	2

Weil dann dieser letztere Rest der allerersten oben unterstrichenen Zahl pr. 5723 fl. 24 kr. 2 dl. durchgehends gleich ist: so schließt man mit überzeugendem Grunde, daß in der Addition die Summe pr. 12494 fl. 10 kr. 3 dl. richtig ist.

Ich will daher eine kürzere, vielleicht vielen unbekannte, und gänzlich überzeugende Probe anführen im nämlichen Beyspiele mit Beyhilfe der §. 16. angezeigten Wahlzeichen, und fange von der linken Hand abwärts zu addiren an, als 5 + 3 ist 8 + 3 ist 11, diese von den in der Summe links stehenden 12 abgezohen, bleibt 1 (NB. dieser 1, und der in der Summe folgende 4 zusammen gelesen, geben 14) also weiters 7 + 2 ist 9 + 2 ist 11 + 2 ist 13 von obigen 14 abgezohen, bleibt wieder 1 (dieser 1 zu den folgenden 9 gelesen, macht 19) dann fahre ich wieder fort, und sage: 2 + 7 ist 9 + 4 ist 13 + 4 ist 17, abgezohen von obigen 19 bleibt 2 (diese 2 und 4 zusammen gelesen, heißt 24) weiters 3 + 9 ist 12 + 5 ist 17 + 5 ist 22 von 24 bleiben 2, das ist, Gulden, welche mit 60 zu Kreuzer multiplicirt, und zu den bey den Kreuzern stehenden Zehnern addirt 130 kr. geben, welche Summe man im Kopfe gar leicht behalten kann; also stehen am Kreuzer Platze 130 kr. fortgefahren, bey den Kreuzern von obenherab gezählt 2 + 3 ist 5 + 2 ist 7 + 4 ist 11, 11 von 13 bleibt 2, folglich stehen nur mehr 20 kr. da. Weiters 4 + 7 ist

11 + 1 ist 12 + 6 ist 18, 18 von 20 bleiben 2 kr. Diese mit 4 zu Pfenninge multiplicirt, geben 8 Pf. und da vorhin schon 3 Pf. in der Summe stehen, so hat man nunmehr 11 Pf. auf dem Platze, wenigst im Kopfe, daher abwärts gezählt 2 + 3 ist 5 + 3 ist 8 + 3 ist 11, 11 von obigen 11 bleibt Nichts, und dieses Nichts überzeuget den Verstand, daß die ganze Addition richtig sey. Z. B.

5723	24	2
3279	37	3
3245	21	3
245	46	3
12494	10	3
1122	22	0

§. 33. **Beweis dieser Probe.** Die Addition ist eine Sammlung mehrerer Zahlen in eine Summe, oder ein Ganzes, und jedes Ganze besteht aus allen seinen Theilen, wenn nun nach und nach alle seine Theile wieder abgezohen werden (ob diese Abziehung von linker oder rechter Hand angefangen wird, ist einerley) so verliert das Ganze sein Daseyn; weil solches (§. 26.) nicht mehr oder weniger als seine Theile hat, und nur selben vollkommen gleich ist; also ist diese Untersuchung bewiesen.

§. 34. **Anmerk.** Noch einer ganz besondern Eigenschaft dieser Probe muß ich den Leser erinnern: Wenn irgends in der Addition wäre gefehlt worden: so weiset diese Untersuchung sogar die Reihe, in welcher der Fehler steckt, NB. man versuche es, und begehe einen geflissentlichen Fehler, wo man will, und die Probe wird eben dort, wo der Fehler ist begangen worden, steckend seyn. Dieß ganz Besondere veredelt sie, und macht ihren Vorzug auffallender.

Wenn

Wenn allzuviele Zahlen zu addiren vorkämen: so wollte ich als sehr dienlich anrathen, solche abzutheilen, und in mehrere besondere Summen zu addiren, alsdann erst diese kleinern Summen in eine vollkommene Summe zu sammeln, wodurch den leicht zu geschehenden Irrungen vorgebeugt, auch die Probe leichter in einzelnen kleinern Summen, als in einer großen Totalsumme hergestellt wird.

Ehe ich zum Schlusse dieses Abschnittes eile, will ich Anfängern, noch nicht ganz geübten (und wenn mir der Ausdruck erlaubt ist) faulen Rechnern zwey Beyspiele setzen, wo sie beym ersten mit leichtester Mühe die Kreuzer und Gulden, beym zweyten Metzen und Schäffel finden können, ohne der Zertheilung in jenem mit 60 und 4, in diesem mit 6 und 4 nöthig zu haben, und also von andern Dingen ꝛc.

Ich setze, und sage bey Pfenningen von unten auf: 2 + 3 ist 5 (hierinn ist ein Kreuzer; weil 4 Pf. schon einen Kreuzer ausmachen, daher mache ich ein beliebiges Zeichen, oder einen Punkt als (.), und den überzähligen Pfenning nehme ich weiters) und sage: 1 + 1 ist 2 + 3 ist 5, auch wie vorhin das Zeichen (.), dann das hiebey übrige 1 + 2 ist 3 + 3 ist 6, mache ich abermal das Zeichen (.) und bleiben 2 Pf. Diese sind unterhalb dem Striche, als Summe anzusetzen. Wenn ich nun die gemachte Zeichen zusammen zähle, sind es 3, welche zu den Kreuzern hinüber zu addiren kommen, indem ich sage: 3 + 3 + 1 + 3 + 7 + 7 + 2 sind 26 Kr. Der 6 wird unter die Kreuzer angesetzt, und fortgefahren: 2 + 3 + 4 ist 9, mache das Zeichen, oder den Punkt, weil 6 Zehner, wie hier vorfallen, 60 Kr., das ist, einen Gulden ausmachen, und behalte 3 + 2 + 3 ist 8, hier wieder das Zeichen (.), behalte 2 + 4 ist 6, das Zeichen (.), kommen also 5 zum Rest, die-

se schreibe untenher. Durch die Zeichen habe ich also 3 fl. gefunden, welche auf ihren Platz zu übertragen, und wie gewöhnlich zu addiren sind. Z. B.

7407 fl.	52 kr.	. 3 dl.
6423 =	. 47 =	2 =
598 =	. 37 =	. 3 =
154 =	23 =	1 =
72 =	. 41 =	. 3 =
57 =	33 =	2 =
14714 fl.	56 kr.	2 dl.

Bequem ist allenfalls diese Art zu addiren für einen und andern doch, und bey großen Beyspielen kann sie zur Vermeidung des Irrens sehr dienlich seyn.

Das zweyte Beyspiel setze ich ausgearbeitet, doch ohne Erklärung hieher, in der Vermuthung, man verstehe mich.

1563	5	. 3
763	. 4	2
523	. 5	. 3
172	3	2
93	. 4	. 1
27	. 5	3
3145	5	2

Die Probe ist die nämliche wie §. 32.

Dritter

Dritter Abschnitt.

Von der Subtraktion oder Abziehung der Zahlen.

§. 35. Die Subtraktion ist das Abziehen einer kleinern Zahl von einer größern gleichbenannten, um den Unterschied dieser beyden Größen zu finden, welcher Rest genannt wird.

Bey dem Gebrauche der Subtraktion ist der Unterschied zwoer Größen zu erforschen, durch deren gegenseitiges Verhältniß man die Uebersteigung oder den Abgang einer gegen der anderen, Einnahm gegen Ausgab, die weitere Schuldigkeit herein oder hinaus berechnet, und durch den Rest erkennet.

§. 36. Zusatz. Aus dieser Erklärung folget, daß in der Abziehung hauptsächlich nur zwo Zahlen in Betrachtung kommen, um deren Unterschied gefragt wird.

§. 37. Zusatz. Auch folget, daß die gegebenen Zahlen schon von einerley Benennung und Art seyen, oder zu solcher gebracht werden müssen, indem leicht zu begreifen, daß Geld vom Getreide, oder Maaß ꝛc. und umgekehrt, dieses von jenem nicht könne abgezohen werden.

§. 38. Grundsätze. Gleiches von Gleichem, oder auch Ungleiches von Ungleichem abgezohen, hinterläßt zum Rest ein Gleiches, aber Gleiches von Ungleichem hinterläßt Ungleiches. Et vice versa.

Was die Subtraktion hinwegnimmt, das giebt die Addition wieder.

§. 39. Aufgabe. Eine Zahl von einer andern gegebenen größeren Zahl abzuziehen.

Auflösung.

1mo Nachdem die in der Additon vorgeschriebene Setzungsart (§. 28) genau beobachtet ist: so zieht man bey der rechten Hand des Schreibenden die Einfachen von Einfachen, Zehner von Zehnern, u. s. w. ab, den Rest setzt man unter den vorgezohenen Strich.

Z. B.

	987698
	324163
Rest	663535

Wenn aber

2do Eine größere Ziffer von einer kleinern abzuziehen vorkömmt: so geschieht bey der nächsten linksstehenden Ziffer eine Entlehnung von 1, welches ein Zehnfaches bedeutet. Z. B.

	62324
	27283
Rest	35041

3tio Wenn jedoch bey derley Entlehnung die nächste Ziffer eine Nulle wäre, müßte man weiter links bis zu einer wirklich geltenden Ziffer (denn die Nulle allein betrachtet, ist ungeltend) vorrücken, und die Nullen, soviel ihrer im Zwischenraume etwa stehen möchten, sammentlich als 9 betrachten.

	804001
	273462
Rest	530539

Endlich

4to Bey kleineren Gattungen des Geldes, als Kreuzer und Pfenning, des Maases, als Metzen und

Viertl

Vierteln oder Maaßen und Quarteln ꝛc.; da gilt der entlehnte 1 nicht 10, wie vorhin, sondern so viel als die größere gleich nebenstehende Gattung in Ansehung der kleineren beträgt, nämlich ein zu Kreuzern entlehnter Gulden gilt nicht 10, sondern 60 kr. Dagegen ein entlehnter Kreuzer auch nur 4 Pfenninge gilt. Gleiches verstehet sich von andern Dingen, jedes nach seinem Werthe. Z. B.

	63fl. 20 kr.	1 Pf.	
	27 = 53 =	3	
Rest	35fl. 26 kr.	2 Pf.	

	Eimer,	Maaß,	Quartl.
	52	41	2
	17	50	3
Rest	34	50	3

§. 40. **Beweis.** Gemäß diesen Regeln werden alle größere und kleinere Theile der minderen Zahl von der größeren weggenommen; dieß heißt aber abziehen. (§. 35.) Also ist durch die Auflösung der Aufgabe Genügen geschehen.

NB. Ich erkläre untenstehendes und mit Vorbedachte wegen den Nullen auserwähltes Beyspiel, und sage: bey Pfenningen 3 — 2 kann nicht abgezohen, sondern muß 1 kr. (der 4 Pf. gilt) entlehnet, und zu 2 Pfenningen addirt werden; daher kommet 3 — 6, bleiben 3 Pfennige, welche unter dem Striche stehen. Weiters bey Kreuzern sage ich 3 — 5 (weil der 6' um 1 gemindert worden ist) bleiben 2 unter den Striche zu setzen, dann 4 — 3 ist zu klein, also entlehnet man 1 fl. oder 60 kr., oder was einerley ist, blos 6 aufm Zehner Platz der Kreuzer zu dastehenden 3, macht also 9, von welchen die Subtraction leicht geschiehet, als 4 — 9 bleiben 5 unter den Striche. Nun zu den Gulden. Der weggenommene 1 hinterläßt auf seiner Stelle eine Nulle, also 2 — 0 ist nicht abzuziehen, sondern muß links über die 3 Nullen bey der geltenden Ziffer 6 die Entlehnung geschehen (wodurch nach der 4ten Regel alle diese drey Nullen zu 9 werden) daher sagt man

2 — 10 bleibt 8, dann 5 — 9 bleibt 4, und 3 — 9 bleit 6 und 7 — 9 bleibt 2, wie diese Ziffer unter dem Striche stehen, itzt 2 — 5 bleibt 3 itzt 4 — 2 (man entlehnet nach 3ter Regel) so kommt 12, und die Nulle wird 9 und sagt 4 — 12 bleibt 8, dann 6 — 9 bleibt 3, und 3 — 0 (dann der 1 ist durch vorhin geschehene Entlehnung zur Nulle geworden) also wird wieder bey 9' entlehnet, und gesagt, 3 — 10 bleibt 7, ferners 4 — 9 bleibt 5 endlichen 8 — 8 bleibt nichts.

9010260001 fl.	36 kr.	2 dl.
8436427352 „	43 „	3 „
573832648 „	52 „	3 „

Dieses Beyspiel, wenn es etlichemal wiederholet wird, hat fast alle aufklärende Fälle in sich.

§. 41. **Prob.** Die Untersuchung der Subtraction ließ sich zwar bey der beym addiren erklärten Art zu probiren ebenfalls, aber aufwärts herstellen, z. B.

Probe	1110	11	0
	6723	42	1
	2736	27	3
	3987	14	2

ich will aber die sonst gewöhnlichere aus sicheren Gründen vorzuziehende lehren; als man muß den Rest zu der kleineren Zahl addiren; so entspringt die größere zur Probe.

§. 42. Beweis. Wenn die kleinere Zahl von der größern abgezohen ist: so wird der Rest, der ebenfalls einen Theil des Ganzen ausmachet, zu der kleineren addirt das Ganze neuerdings stellen, wo nicht: so wäre der Fehler beym Reste; hingegen ist untrüglich, wenn die Theile dem Ganzen gleich werden, daß der Rest der sichere sey.

Beyspiele.

Beyspiele.

Am Gelde.

7014 fl.	25 kr.	3 dl.
3724 ;	56 ;	2 ;
S. 3289 .	29 .	1 .
7014 .	25 .	3 .

Am Gewichte.

5600 Cent.	35 Pfd.	25 Loth.
3726 ;	73 ;	19 ;
1873 .	62 .	6 .
5600 .	35 .	25 .

Am Getreidmaaß.

Schäffel.	Metz.	Viertle.
4521	—	—
2351	4	3
2169	1	1
4521	—	—

Am Weinmaaße.
a 60 Maaß der Eimer.

7200	—	2
1453	49	—
5746	11	—
7200	—	2

Am Biermaaße.
a 64 Maaß.

5000	27	—
1400	53	2
3599	37	2
5000	27	—

NB. Ein Lehrer wird es an mehreren Beyspielen zur Uebung nicht ermangeln lassen, so, wie eifrige Lehrlinge sich selbst eine Menge ansetzen werden.

Ein Beyspiel von der Zeit. Mein Knab fragt mich im 1789ten Jahre, den 5 November um 10 Uhr Mittags, wie alt ich wäre, ich sagte, daß ich Anno 1744 den 5ten Januar um 5 Uhr Nachmittags zur Welt kam, er setzt und findet.

Jahr.	Monat.	Tag.	Stund.
1789	10	4	10
1743	—	4	17
46 Jahr	9 Mon.	29 Tag	17 St.

Bey=

Beyläufig getroffen: aber ein Meister nimmt nicht alle Monden zu 30 Tage, und noch weniger vergißt er der unterlaufenen Schaltjahre, dann der 6 Stunden Jahrsverlängerung bis zum Schaltjahre. Z. B.

Vierter Abschnitt.

Von der Multiplication oder Vervielfältigung.

Vorbericht. Viele Rechnungsbücher, welche die sogenannte welsche Praktik vortragen, geben selbe unter einer abgesonderten Aufschrift: **Welsche Praktik.** Lange war ich unschlüssig, ob ich derselben Fußstapfen folgen, und diese Praktik oder welches einerley ist, verschiedene kurze Wege zu rechnen besonders abhandeln, oder solche in behörigen Stellen einfließen lassen sollte. Das Erinnern des selbst beträchtlichen Zeitverlurstes bewog mich, diese Vortheile jeden an seinem Orte anzubringen. Man erlaube mir hierinfalls Andere nach meiner Elle abzumessen, und zu behaupten, daß man auf diese Art die Lehrlinge und übrigen Leser auf der rechten Bahn erhalte, damit sie nicht gleich mir in Rechnungsbüchern die Grundregeln, die wahre Ursache, warum alles geschieht, oder geschehen kann, theils gar nicht, theils nur mit flüchtigem Auge übersehen, und obbenannte Praktik blos allein, aber gewiß mit Verlurst eines beträchtlichen Zeitraums, und ohne hinlänglicher Einsicht des **Warums** durchgrübeln wollen, da es doch billig heißt, daß man eher lesen als schreiben, eher gehen als laufen lernen solle. Es ist ohne Widerspruch das Sicherste, den Leser einigermassen gezwungen zu halten, den ganzen Zusammenhang in seinen Haupt= und Grundregeln

zu

zu durchgehen, über die vorfallenden Eigenschaften der Ziffer vernünftige Schlüsse zu machen, um wo möglich aus eigenen Kräften sich zu überzeugen, daß die Natur der Ziffer und Zahlen dergleichen Veränderungen Vortheile und Abwechslungen in sich einschließe. Denn wer die Beschaffenheit einer Zahl ächt einsieht, dessen Mehrfache und Factorn wohl erkennet, und die Verhältnisse, und so anders durchzudenken im Stande ist, der wird immer neue, durch kleine immer größere vortheilhafte Verkürzungen nicht allein entdecken, sondern auch von den entdeckten eine allzeit überzeugende Ursache vor Augen legen können, und ohne die Ursache der Behandlungen gründlichst einzusehen, soll sich keiner für einen Rechnungsverständigen, wohl aber für eine rechnende Maschine ansehen, die ihre wahre Triebfeder selbst mißkennet, und im Umlaufe weniger Monden das mit Mühe und Schweiß erhaschte wieder alles ausser Fertigkeit bringt, ja gar vergißt. Exempla docent.

§. 43. **Erklär.** Die Multiplication oder Vervielfältigung ist das Vermehren einer gegebenen Ziffer, Zahl, oder Größe durch eine andere, damit eine dritte gefunden werde, welche die Vermehrungszahl so oft in sich enthält, als Einheiten in dem Multiplicatore sind.

Eine dieser Zahlen wird Multiplicandus, Vermehrungszahl, die andere Multiplicator, Vermehrer, beede die Factorn, und das, was aus solchen entspringt, wird das Mehrfache oder Product genennt.

§. 44. **Zusatz.** Aus dieser Erklärung kann man schliessen, daß die Multiplication keine neue Gattung der Rechnungskunst seye, sondern nur ein verkürzter Weg der Addition. Jene, welche die Multiplication

bisher als die dritte oder vierte Gattung im Rechnen angesehen haben, können sich leicht ihres Irrthumes überweisen, wenn sie die Vermehrungszahl zu sich selbst so oft addiren, als Einheiten im Multiplicatore sind. Ich will aber eines blossen Wortstreites einer zwar schlußbindenden Kleinigkeit halber dem alten Gebrauche seine Rechte nicht abnehmen, sondern die Multiplication mit andern als die vierte Gattung ansehen, und gab auch (§. 7.) dem allenfallsigen Unterschied hievon selbst an Handen.

Der Gebrauch der Multiplication ist dermassen beständig und nützlich, daß bey allen Geschäften und Handlungen, wo die Rede ist (und diese ist allgemein), was die Sachen nach gewissen Preise gelten, oder ertragen sollen, selbe ihre Stelle behauptet.

§. 45. **Grundsätze.** Gleiches durch Gleiches multiplicirt, giebt gleiches Product, und im Gegentheile Ungleiches mit Ungleichen multiplicirt, giebt Ungleiches. Und Gleiches mit Ungleichen giebt Gleiches. Was die Multiplication giebt, nimmt die Division wieder.

Die Tafel des Pythagoras oder das sogenannte Ein mal Eins ist vor allen Dingen auswendig zu lernen. Ich habe selbes auf die Mehrfache von 11. 12. und 15. fortgesetzt, sie werden in Praxi einige Kürze an die Hand geben.

Ein mal Eins.

Factorn.			Mehrfache.	
1	mal	1	ist	1
2	=	2	=	4
2	=	3	=	6
2	=	4	=	8
2	=	5	=	10
2	=	6	=	12
2	=	7	=	14
2	=	8	=	16
2	=	9	=	18
2	=	10	=	20
2	=	11	=	22
2	=	12	=	24
2	=	15	=	30
3	mal	3	ist	9
3	=	4	=	12
3	=	5	=	15
3	=	6	=	18
3	=	7	=	21
3	=	8	=	24
3	=	9	=	27
3	=	10	=	30
3	=	11	=	33
3	=	12	=	36
3	=	15	=	45
4	mal	4	ist	16
4	=	5	=	20
4	=	6	=	24
4	=	7	=	28
4	=	8	=	32
4	=	9	=	36
4	=	10	=	40
4	=	11	=	44
4	=	12	=	48
4	=	15	=	60
5	mal	5	ist	25
5	=	6	=	30
5	=	7	=	35

Factorn.			Mehrfache.	
5	mal	8	ist	40
5	=	9	=	45
5	=	10	=	50
5	=	11	=	55
5	=	12	=	60
5	=	15	=	75
6	mal	6	ist	36
6	=	7	=	42
6	=	8	=	48
6	=	9	=	54
6	=	10	=	60
6	=	11	=	66
6	=	12	=	72
6	=	15	=	90
7	mal	7	ist	49
7	=	8	=	56
7	=	9	=	63
7	=	10	=	70
7	=	11	=	77
7	=	12	=	84
7	=	15	=	105
8	mal	8	ist	64
8	=	9	=	72
8	=	10	=	80
8	=	11	=	88
8	=	12	=	96
8	=	15	=	120
9	mal	9	ist	81
9	=	10	=	90
9	=	11	=	99
9	=	12	=	108
9	=	15	=	135
10	mal	10	ist	100
10	=	11	=	110
10	=	12	=	120
10	=	15	=	150

§. 46.

§. 46. Aufgabe. Eine Zahl durch eine andere zu multipliciren.

Auflösung.

1mo Der Multiplicator kann rechts, links, oder unter der andern Zahl stehen.

NB. Das Beste ist, wenn man sich mit sonderem Vorbedachte auf alle Fälle gewöhnt, dann werden bey den Regeln von 3. 5. und mehreren Sätzen viele Ziffer, und der Raum ersparet werden.

2do Der Multiplicator hat in alle Ziffer der anderen Zahl zu multipliciren, das Entstehende wird unter einen Strich gesetzt. Z. B.

$$\begin{array}{r} 4672 \\ 7 \\ \hline \text{Prod. } 32704 \end{array}$$

3tio Wenn der Multiplicator mehrere Ziffer hat: so gehet es wie oben, indem man mit der zur Rechten des Schreibenden stehenden Ziffer anfängt, die zwote nächstfolgende Ziffer multiplicirt ebenfalls ganz durch, nur werden dessen Multipla oder Mehrfache ganz billigst um eine Zahl links niedergeschrieben, weil dieser Multiplicator selbst um eine Ziffer links, also auf dem Platze der Zehener stund, kurz! in jenem Range, wo die vermehrende Ziffer stehet, müssen auch dessen entstehende Mehrfache hingeschrieben werden, z. B.

$$\begin{array}{r} 87045 \times 53 \\ \hline 261135 \\ 435225 \\ \hline 4613385 \end{array}$$

4to Daher bey jeder weiteren Ziffer des Multiplicators allzeit um eine Stelle mehr links die Mehrfachen anzusetzen kommen, z. B.

$$\begin{array}{r} 354 \times 72643 \\ \hline 290572 \\ 363215 \\ 217929 \\ \hline \text{Prod.}\ 25715622 \end{array}$$

Dann endlich werden

5to Diese besondere Mehrfachen gemäß den obigen Beyspielen bey den Regeln der Addition in ein Ganzes gebracht, welches das gesuchte Product der Multiplication ist.

§. 47. **Beweis.** Obbesagte 5 Regeln enthalten die Multiplication und Addition zugleich, und das Product hält den Multiplicandum eben so oft in sich, als der Multiplicator Einheiten hat, dieß heißt man aber (nach §. 43.) eine Zahl durch die andere multipliciren, also entsprechen diese Regeln der Aufgabe.

§. 48. **Anmerk.** Erklärung eines Beyspieles mit den (§. 16.) angeführten Wahlzeichen, als 5 × 3 ist 15, schreib 5 behalt 1 zu der Zehnerstelle, dann 5 × 2 ist 10 + 1 ist 11, setze einen 1 nieder, und behalte den anderen weiters zur Hunderterstelle und sage 5 × 6 ist 30 + 1 ist 31, wovon ich den 1 abermal niederschreibe, und 3 behalte, und zur nächsten Stelle der Tausender fortfahre, 5 × 7 ist 35 + 3 ist 38. Diese setze ich ganz nieder, also ist das gesuchte Mehrfache 38115 fl.

$$\begin{array}{r} 5 \times 7623\ \text{fl.} \\ \hline 38115 \end{array}$$

Weitere Beyspiele, wo der Multiplicator theils rechts, links, oder unten stehet.

```
  48257 × 34.      523 × 872634          179365
 --------              ---------            5463
  193028               2617902           -------
 144771               1745268             538095
 -------             4363170             1076190
 1640738             ----------          717460
                     456387582          896825
                                        ---------
                                        979870995
```

§. 49. Anmerk. Ein geschickter Lehrer und lehrbegieriger Leser wird von hier nicht weiters schreiten wollen, ohne durch Aufführung von hundert, und noch mehr Beyspielen zur Uebung in der Fertigkeit sich dahin erhoben zu haben, daß er bey folgenden schwereren Regeln die Sinne und den Geist von selbst anstrenge, sich nicht etwa aus Mangel des Einmal eins, aus Abgange der Uebung in der Multiplication in die größte Verlegenheit und Stockung setze; denn es ist bey weiten nicht genug das Einmal eins zu plappern, und die gegebene Regel zu verstehen: Uebung muß die Fertigkeit geben, ohne welcher die ganzen Vorschritte nichts heissen. Ich habe es nun erinnert, und erwarte die Befolgung dieses getreuesten Rathes, oder wasche meine Hände.

NB. Es geschieht aber nicht allezeit, daß nur ganze Zahlen mit Ganzen zu multipliciren kommen, es fallen auch kleinere Gattungen des Geldes, Maaßes, Gewichtes, und die Ausmessung ꝛc. ꝛc. vor, deßwegen muß ich hier zu obigen fünf Regeln der Multiplication beysetzen die

6te als bey Kreuzern: man multiplicirt wie sonst, nur daß die in dem Producte der Kreuzer steckenden Gulden mit 60 müssen herausgezohen, und an die Stelle der Gulden gebracht werden, z. B.

7462	34
	7
52237	58

7te Regel für Pfennige: ist eben, daß man das Product hievon mit 4 zu Kreuzern dividire, und diesen einzähle, z. B.

246	21	3
		5
1231	48	3

§. 50. Anmerk. Das, was ich hier von Kreuzern und Pfenningen gesagt habe, läßt sich auf kleines Maaß, Gewicht, und Ausmessung, und alle andere Dinge anwenden, nur daß der Divisor anders, als bey jenen ist.

§. 51. Anmerk. Obenstehender Beweis (§. 47.) gilt auch noch bis hieher.

§. 52. Anmerk. Bey mehreren Ziffern des Multiplicators erspare ich meinen Lesern die bisher gewöhnliche und weitläufige Arbeit alles zu Kreuzer und Pfenningen zu machen, und die nachmals mühesame Multiplicirung, dann das weitere Dividiren in Kreuzern und Gulden, und erläutere folgendes Beyspiel wenn 375 fl. 47 kr. 3 dl. mit 69 zu multipliciren wären: so folge man dieser Bearbeitung, und multiplicire, wie gewöhnlich 375 mit 69 dann die 3 Pf. mit 69 geben 207 Pf. oder 51 kr. 3 dl. dann 47 × 69 und die vorigen 51 kr. dazu addiert, geben 3294 kr. welche durch 60 in Gulden zertheilet 54 fl. 54 kr. geben, wenn nun alle gefundene Mehrfachen, wie das Beyspiel vor Augen legt, addirt werden: so kommt zur Summe 25929 fl. 54 kr. 3 dl. Z. B.

375 fl.	47 kr.	3 dl. × 69	
3375			4: 207
2250			51 3
54	54	3	453
			282
			60: 3294
			54 54 3
25929	54	3	

Die Uebung wird die nöthige Fertigkeit geben.

§. 53. Anmerk. Es ist ein wohlmerklicher Satz, daß, wenn zwo Zahlen miteinander zu multipliciren sind, es einerley sey, welche von beyden für den Multiplicator wolle angenommen werden, man nimmt sich die bequemere, wie ich in obigen Beyspiele mit 47 kr. 3 dl. die 69 multiplicirt habe, und dieß wird auch in Zukunft allzeit geschehen.

§. 54. Anmerk. Niemand wird in Abrede stellen, daß jede Multiplication schon stillschweigend eine Regel von 3 Sätzen ausmache, wo die Einheit den ersten Platz behauptet, denn, wenn ich sage, 27 fl. sind mit 15 Stücken zu multipliciren: so kann ich auch sagen, ein Stück kostet 27 fl. was kosten 15 Stücke?

§. 55. Probe. Die Untersuchung der rechtgeschehenen Multiplication geschieht durch die Division ganz sicher und richtig, denn was die Multiplication giebt, hebt die Division wieder auf, und darf das Product nur durch einen der Factorn zertheilet werden: so entspringt der andere zum Quotienten.

§. Beweis der Probe. Die Multiplication und Division sind zwo sich gerade entgegenstehende Sat-

Gattungen; weil die erste eine Sammlung, die zwote eine Abziehung ist, was die Addition giebt, das hebt die Subtraction wieder auf, es ist also richtig, daß die Division zur Untersuchung der Multiplication dienet, und der Quotient den Einen der Factorn entwerfen muß.

§. 57. **Anmerk.** Wäre es aber beliebig; weil ohnehin die Division noch unbekannt, auch in sich selbst etwas schwer ist, durch die Multiplication selbst die Probe bequemer herzustellen, ob nämlich das Product ächt ausgefallen sey; so ist nur Einer der Factorn der Multiplicator oder der Multiplicandus (welcher am füglichsten geachtet wird) durch die Ziffer 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. zu dividiren, welche Ziffer ich Wahlsätze nenne, und durch dieses Einfangzeichen oder diese Klammer ( ) unterscheiden will, der andere aber mit eben dieser Ziffer zu multipliciren, und die Arbeit zu erneuern, und es wird sich das nämliche Product auswerfen, also beweisen, daß die Multiplication ihre Richtigkeit habe, zur Erörterung dessen setze ich hier das Beyspiel:

(2) $4 \times 6 = 24$ Ein anderes $7 \times 8 = 56$
$2 \times 12 = 24$ $14 \times 4 = 56$

§. 58. **Zusatz.** Das, was ich hier im Kleinen durch die angezohenen Beyspiele dargethan habe, hat auch seine gute Richtigkeit in anderen, was immer größeren Fällen; denn die Grundursache, welche in dem Verhältnisse stecket, ist durchaus unabänderlich, und kann durch das Ungefähr der Zerschiedenheit, und Größe der Zahlen niemal umgestossen werden.

§. 59. **Anmerk.** Um zu zeigen, daß diese Untersuchung auf alle Fälle füglich sey, habe ich nachstehendes Beyspiel (welches durch keine der obigen Ziffern genau zertheilet wird) anfügen wollen, z. B.

351 × 29

3159
702

10179

Unterſuchung

351 × 29

702 × 14 + 1

2808
702
+ 351

10179

§. 60. Anmerk. Jener, welcher die §. 43. gegebene Erklärung der Multiplication wohl begriffen hat, wird wiſſen, warum in dieſem Beyſpiele am Ende die 351 ſind beygezohen worden, und auch erkennen, daß dieſe Unterſuchung richtig überzeugend, und auf alle Fälle gewachſen ſey,

§. 61. Anmerk. Zu noch leichterem Behufe der Lehrbegierigen trage ich einige kürzere Wege der Multiplication in ihrer Ordnung mit dem nochmaligen Beyſatze vor, daß jenes, was hier im Kleinen geſchieht, ſeine richtige Anwendung auf Größeres ohne Anſtand leide, ſie ſind:

I. Wenn die Factorn Nullen haben; ſo ſind ſolche entweder beym Multiplicator als:

600 × 35726

21435600

II. Oder am Ende des Multiplicandi.

23 × 57000

171
114

1311000

III. Oder

III. Oder an beeder Factorn Ende.

140 × 7200
288
72
1008000

IV. In der Mitte des Multiplicators.

305 × 2463
12315
73890
751215

V. Auch in der Mitte des Multiplicandus.

63 × 70803
212409
424818
4460589

VI. Dann bey allen beeden in der Mitte.

4003 × 70042
210126
28016800
280378126

VII. Es fallen bey allen beeden in der Mitte, und zugleich am Ende Nullen vor.

2050 × 700300
35015
140060
1435615000

VIII. Einige arbeiten auch kürzer, wenn 1 zur rechten des Multiplicators stehet.

31 × 7256
21768
224936

IX. Und auch alsdenn wenn der 1 links stehet.

17 × 5692
39844
96764

X. Die Multiplication wird fast durch einzige Subtraction hergestellt, wenn der Multiplicator sich 100, 1000, 10000 2c. nähert; denn man ziehet nur das zu viel genommene wiederum ab.

99 × 3576
357600
354024

Ein anderes.

997 ×	54763
	54763000
	164289
	54598711

Bey diesem letzteren Beyspiel ist der dreyfache Multiplicandus abgezohen worden, weil er auch um dreymal zu oft genommen ward, und also von andern. Sapienti pauca.

XI. Mit einer ganz besonderen Kürze kömmt die Multiplication zu Stande, wenn sich der Multiplicator selbst in seine Factorn zertheilen läßt, und diese Art, wie die Uebung hierinn will ich auch ganz besonders, und zwar als meine Liebiingsarbeit empfohlen haben. Alle im Einmaleinse stehende Multipla oder Mehrfache haben diese Eigenschaft, z. B.

	24 ×	357 fl.	13 kr.	3 dl.
	4	1428	55	—
Factores	et			
	6	8573 fl.	30 kr.	—

XII. Nicht minder ist einem Geübten zum Behufe, wenn auch der Multiplicator nicht aufs genaueste in seine Factorn aufgelöst werden könnte, denn er wird durch die Addition oder Subtraction des Multiplicandi sich helfen können, wie nebenstehende Beyspiele beweisen.

Mit der Addition

	43 ×	7642
	6	
Factorn	et	45852
	7	320964
	+ 1	7642
	Summe	328606

Die

Die Ursache dieser Bearbeitung stecket in der Erklärung selbst. §. 43.

Mit der Subtraction.

	34 ×	35642
Factorn	5 et	178210
	7	1247470
	— 1	35642
	Summe	1211828

NB. Mancher wird denken und sagen, diese Vortheile beym Multipliciren, wußte ich alle schon vorhin, ich glaubs, aber man wird zu erwiedern mir erlauben, daß ich hauptsächlich für Anfänger schreibe, deren keiner die Rechnung, noch minder derley kurze Arten mit sich auf die Welt gebracht hat, nun weiters:

XIII. Ebenfalls eine nützliche Kürze ist es, wenn durch 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, und 54 kr. eine Geldsumme zu suchen wäre, denn bey allen diesen Zahlen ist 6 einer der Factorn, es darf also nur mit dem andern Factor multiplicirt werden, NB. Die zuerst gefundene Zahl aber wird mit 6 wieder zu kr. multiplicirt) die übrigen Ziffer alle geben gleich Gulden. Als:

Was kosten 357 Pferde täglich, wenn auf eines deren 48 kr. passiren?

48 × 357

Factor 8 × 285 36 kr.

Item a 42 kr. Sag derley 42 × 133

Factor 7 × 93 6 kr.

Item a 18 kr. eine tägliche Mannsportion, wie hoch kommt dieser in 326 Tagen.

18 × 326

Factor 3 × 97 48 kr.

§. 62. Anmerk. Ich lasse meinen Lesern sehr gerne immer etwas zum Nachdenken übrig, weil eben das Nachdenken den Verstand stärket. Auch hier können

nen dieselben auf die Grundursache, die im Gulden stecket, nachgrübel , sie werden Nutzen ziehen.

Was anderes.

Aus der heiligen Schrift weis man, daß der egyptische Joseph von seinen Brüdern um 20 Silberling ist verkauft worden, 1 dieser enthalt 4 attische Drachmen, und 1 Drachmen 18 kr. unsers Geldes. Antw. 24 fl.

David zog jährlich 666 Talente Einkünften nebst den Zohlgefällen, wie viel machen solche nach unserer Münze Kreuzer? Antw. 7726272000 kr.

David hinterließ dem König Salomon zum Tempelbau 10000 Talente Gold, und 10000 Talente Silber, 1 Talent beträgt 300 Sickel, ein silberner 72 kr. unseres Geldes, und ein goldener 12 mal soviel, wie viel hinterließ also David? Antw. 46800000 fl.

Eliezer überreichte der Rebecca zwey Halsbänder, deren Werth 10 goldene Sickel waren? Antw. 144 fl.

Die Länge einer Wiese ist 25 Ruthen, die Breite 8 Deto, wie viel halt solche Quadrat Ruthen? Antw. 200.

Eine Mauer hält 126 Schuh in der Länge, 6 Schuh in der Breite, hält also 756 Quadrat- und wenn die Höhe von 15 Schuhen dazu kömmt: so hat selbe Kubic- oder Wirfelschuhe? Antw. 11340.

§. 63. Hauptanmerkung. Der Hauptvortheil in der welschen Praktik, oder kurzen Art zu multipliciren bestund von jeher, daß man die ächte Kenntniß der Aliquoten- und Aliquanten Theile gegen ihre Ganzen in einiger Fertigkeit hatte. Daher zur

§. 64.

§. 64. **Erklärung.** Der aliquote Theil eines Ganzen ist jener, der das Ganze in einige Theile so theilen kann, daß es vollkommen ohne Rest aufgehe, z. B. 15 kr. sind ein aliquoter Theil eines Guldens; weil sie genau 4 mal in 60 aufgehen: auch 20 Pfund sind der fünfte aliquote Theil eines Zentners: desgleichen sind aliquote Theile von Gulden 3, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30; weil sie 60 ohne Rest theilen, und 5, 10, 20, 25, und 50 sind die aliquoten Theile des Zentners; weil sie 100 ohne Rest theilen. Also können die aliquoten Theile auch leicht beym Maaße, und Ausmessung anderer Dinge gefunden werden, jedes nach seiner Beschaffenheit.

§. 65. **Erklär.** Der aliquante Theil eines Ganzen ist jener, der das Ganze in einige Theile nicht so genau theilet, daß kein Ueberrest bleibet. Daher alle oben nicht ausgeworfene Kreuzer, und desgleichen die Pfund aliquante Theile des Gulden oder Zentners sind.

§. 66. Anmerk. Obwohl nach vorgehender Erklärung ein aliquanter Theil niemals zugleich der aliquote gegen das nämliche Ganze seyn kann: so kann man solchen doch in so viel aliquote Theile zergliedern, daß derselben Summe dem aliquanten gleich kömmt, z. B. 44 kr. sind ein aliquanter Theil des Gulden, können durch die Aliquoten $30 + 12 + 2$, oder in Brüchen $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$ von $\frac{1}{5}$ ergänzet werden. Item 47 Pfund sind aliquante Theile eines Zentners, werden aber hergestellt, durch die Aliquoten, als $25 + 20 + 2$ ℔, oder in Brüchen $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$ von $\frac{1}{5}$, und so von andern Gattungen. Weiters werden die aliquote und aliquante Theile der Pfenninge und Lothen, dann anderer Dinge aus ihren Ganzen, nämlich aus Kreuzern und Pfunden hergenommen.

NB. Obige zwo Erklärungen nebst dieser Anmerkung rathe ich jedem zehenmal zu lesen.

Ausgearbeitetes Beyspiel.

Gesetzt! ein Zentner Apothekerwaaren mit Einschlusse aller Fracht, Spedition, Mauthen, und anderen kömmt dem Apotheker auf 243 fl. 15 kr. so fragt sich, wie hoch kommen 142 Zentner? Setze also:

1 Zentner	243 fl. 15	= 142
	486	
	972	
	243	
aliquoter Theil 15 kr. oder $\frac{1}{4}$ fl. —	35	30
Produkt	34541 fl.	30 kr.

Ein etwas schwereres.

1 Zent.	345 fl. 39 kr. 3 dl. = 79		
	3105		
aliquante Theile, welche in aliquote aufgelöset.	2415		
30 kr. = $\frac{1}{2}$ fl.	= =	39	30
6 = = $\frac{1}{5}$ von $\frac{1}{2}$ fl.	=	7	54
3 = = $\frac{1}{2}$ von obigen $\frac{1}{5}$		3	57
Nun			
3 Pf. sind von 3 kr. = $\frac{1}{4}$	=	59	1
Produkt		27307 fl. 20 kr.	1 dl.

Einem Lottovisitator werden täglich, weil er immer auf dem Lande seyn muß, nebst seinem Gehalt zur Zehrung passirt 1 fl. 42 kr. und für das Pferd extra 48 kr. was hat er also bey der Zurückkunft nach 253 Tagen einzunehmen? Antw. 632 fl. 30 kr.

§. 67.

§. 67. Anmerk. Bey dem ersten Anblicke scheinen die aliquoten und aliquanten Theile eine weis nicht wie hoch übertriebene Hirngespunst zu seyn, sie scheinen undeutlich und mühesam, werden aber nach einer überstandener Uebung leicht, deutlich, und ohne alle Beschwerniß; obschon Herr Parreme behauptet, qu'il faut bien du tems pour les apprendre, et fort peu pour les oublier und sind in der That eben das, was der Kornkäufer und Bauer, wenn sie mit halben Gulden, Sechsern, und Batzen zählen, bey dem Verkaufe ihrer Früchte täglich auf dem Markte ausüben, ja die Weiber bey dem Hühnerkaufe.

Hier wäre daher der Platz eine ausführliche Tabelle der aliquanten Theile von allen Gattungen flüssiger und unflüssiger Dinge (worüber schon so Manche geschwitzet, am Ende aber, wo nicht falsch, doch unschicklich gewählet haben) anzubringen, wenn ich nicht eine neuere und allgemeine Lehre über die aliquanten Theile vorlegen könnte; sie ist allgemein, ist sehr leicht, und wendet viele Irrung ab, empfiehlt sich also von selbsten. Z. B.

1 Zentner 357 fl. 38 kr. 2 dl. = 753 Zentner.

	1071		
	1785		
	2499		
Aufgelöste aliquante Theile.			
6 kr. sind $\frac{1}{10}$ fl.	75	18	
multiplicirt mit 5	376	30	
2 kr. = $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{10}$	25	6	
Nun			
2 Pf. = $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{3}$	6	16	2
Prod.	269304 fl.	10 kr.	2 dl.

Erläuterung hierüber. Die ganzen Zahlen als 357 × 753 behalten ihren gewöhnlichen Gang. Nur der Betrag von 38 kr. muß aus den 753 Zentner geholet werden, indem man sagt: 6 kr. sind der $\frac{1}{10}$ Theil vom Gulden, kommen also 75 fl. 18 kr. Diesen Entwurf von 6 kr. multiplicirt man mit 5 oder welches einerley wäre, man setzet ihn noch fünfmal: so kommen 376 fl. 30 kr. hervor, wodurch der Werth von fünfmal 6 kr. oder 30 kr. gefunden ist, da nun noch mehr 2 kr. zu bearbeiten restiren: so ist deren Werth aus dem Entwurfe von 6 kr. mit $\frac{1}{3}$ leicht zu erhalten, nämlich 25 fl. 6 kr. endlich 2 Pf. werden aus dem Werthe der 2 kr. oder 8 Pf. (wovon sie $\frac{1}{4}$ sind) gezohen: daher obiges Produkt. Die 38 kr. waren ein aliquanter Theil eines Guldens, man sieht, wie ich ihn sehr füglich durch angenommene 6 kr. zu Aliquoten gebracht, und nebenher durch die gewöhnlichen Zeichen die Brüche der Brüche angezeiget habe, so daß die hierzu nöthigen Begriffe ganz einfach und die Arbeit sehr erleichtert seyn wird. Ich nehme noch ein Beyspiel, und die (§. 57.) angerühmte Untersuchung.

Beyspiel.

1 Zent. 75 fl. 47 kr. 3 dl. = 69 Zent.

Der aliquante Theil	675		
47 × 3 dl. in aliquote aufgelöset:	450		
6 kr. = $\frac{1}{10}$	= =	6	54
6 ×	= = =	41	24
3 kr. = $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$	=	3	27
2 kr. = $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{10}$	=	2	18
Nun 3 Pf. = $\frac{1}{4}$ v. obig. $\frac{1}{2}$ o. 3 kr. —		51	3
Prod.	5229 fl.	54 kr.	3 Pf.

Wahl-

Probe nach §. 57.

Wahlsatz zum dividiren(3)	1 Zent.	75 fl.	47 kr.	3 dl.	= 69 Zent.
		227	23	1	= 23
		681			
Aufgelöste Aliquante		454			
$6 = \frac{1}{10}$ fl.	=	=	2	18	
2 multiplic.	=	=	4	36	
3 kr. $= \frac{1}{4}$ von $\frac{1}{10}$		=	1	46	
2 kr. $= \frac{1}{5}$ von $\frac{1}{10}$		=	—	46	
Nun					
1 dl. $= \frac{1}{8}$ v. $\frac{1}{3}$ des obigen.		—		5	3
Prod.		5229 fl.	54 kr.	3 dl.	

NB. Statt ersteren Ansatz liest man itzt 1 — 227 fl. 23 kr. 1 dl. = 23. Dann gehet die Arbeit wie gewöhnlich.

Mehrere derley Beyspiele lehret die öftere Aufgabe.

Nützliche Betrachtung über die aliquoten und aliquanten Theile, nach dieser meiner neuern Art.

Ob es schon richtig ist, daß durch diese Art zu rechnen das gewisse Produkt (wenn je die angewandte Probe die Abhandlung der Arbeit rechtfertiget) allzeit gefunden wird, so will es doch Lehrern obliegen die wahre Ursache dieser Rechnungsart zu entdecken, und Lehrlinge haben die beßte Ursache hiernach zu fragen: ich befriedige sie, und wähle zu diesem Ende ein anderes Beyspiel, welches ich folgendermassen zergliedere, als:

Das Beyspiel ist im Ganzen genommen. Ein Centner Waare kömmt mit Einschlusse aller Kösten und Abgaben einem Spécereyhändler auf 123 fl. 59 kr. 3 dl.

3 dl. zu stehen, wie hoch kommen ihm 564 Zentner, die er theils selbst noch braucht, theils hierauf schon Bestellung hat, zu stehen? Also im Ganzen

1 — 123 fl. 59 kr. 3 dl. = 564.

In der Zergliederung kommt der erste Ansatz in folgender Gestalt zu stehen.

1 — 123 = 564

492
738
615

Prod. 69372

§. 68. Lehrsatz. Den zweyten Ansatz erdichte ich, blos zum Behuf der klaren Verständniß und sage.

1 Zentner. 1 fl. = 564 Zentner.

Wer zweifelt, daß nicht hier 564 zum Produkt ausfalle; denn die Einheit multiplicirt und zertheilet nicht; aus diesem Ansatze folgere ich; wenn der Zentner a 1 fl. 564 fl. entwirft, so muß der Zentner a 6 kr. (welches der 10te Theil eines Guldens ist) auch den $\frac{1}{10}$ten Theil desselben Werths abwerfen, folglich $\frac{1}{10}$ von 564, geben 56 fl. 24 kr., und dieß wird der dritte Satz, wie folget. Als

1 — 6 kr. = 564

Produkt. 56 fl. 24 kr.

für den vierten Satz sage ich

1 — 48 kr. = 564

Vorher war die Rede von 6 kr. oder $\frac{1}{10}$ fl. itzt ist sie von achtmal so viel, dann 6 × 8 = 48 wenn also obiges Produkt von 56 fl. 24 kr. mit 8 multiplicirt wird, so kommen 451 fl. 12 kr. Gleiches kömmt auch, wenn man 56 fl. 24 kr. achtmal untereinander setzet.

Ferners

Ferners wird sichtig, daß 6 kr. und 48 kr. = 54 kr. von den im Hauptsatze gegebenen 59 kr. noch 5 kr. zum Rest lassen, und für die Bearbeitung dieser ist nun der fünfte Ansatz:

1 — 3 kr. = 564

NB. Die 6 kr. gaben oben zum Produkt 56 fl. 24 kr. also geben 3 kr. halb so viel.

Produkt 28 fl. 12 kr.

Der sechste Ansatz lautet für die noch übrige 2 kr. also:

1 — 2 kr. = 564.

NB. 2 kr. sind der dritte Theil von 6 kr. also auch $\frac{1}{3}$ von 56 fl. 24 kr. macht zum

Produkt 18 fl. 48 kr.

Endlich der letztere Satz 3 Pf. fodert einige Aufmerksamkeit, er heißt:

1 — 3 Pf. = 564

Wenn von 3 kr. (welche 12 Pf. gelten) der wahre Werth 28 fl. 12 kr. war, so wird er unstreitig von 3 Pf., welche der 4te Theil hievon sind 7 fl. 3 kr. machen. Alle diese Sätze (ausser der zweyte, welcher blos zur Erläuternng ist erdichtet oder angenommen worden) geben gesammelt folgendes:

1tes Produkt		69372 fl.	— —
3tes	—	56	24
4tes	—	451	12
5tes	—	28	12
6tes	—	18	48
7tes	—	7	3
Ganze Summe		69933 fl.	39 kr.

Ueber

Ueber diese weitläufige Zergliederung wundere man sich nicht; denn sie ist der Grund der Bearbeitung, und in der That alles dieses gehet bey allen Beyspielen, ob zwar nicht in ausdrücklicher Weitläufigkeit, doch immer im geheimen Verhältnisse vor, und zudem mußte ich dem Lehrlinge gemäß dem gemachten Versprechen die wahre Ursache dieser Rechnungsart entdecken, welches geschah.

Ich weiß gar wohl, daß eben dieses Beyspiel weit kürzer zu bearbeiten wäre, aber dieß war die Absicht nicht, doch will ich es den Lehrbegierigen auch hieher setzen. Die Aufgabe war:

1 — 123 59 3 = 564

Es fehlet hier nur ein einziger Pfenning, daß man nicht sagen könnte.

1 — 124 = 564

Und was hindert dieses zu sagen oder anzunehmen? Die Bearbeitung ist untenstehend, und sind nach der Anweisung obiger Zergliederung blos 564 Pfenning oder 2 fl. 21 kr. zu viel genommen worden, welche von dem ausgefallenen Produkte 69936 abgezohen, vorgängiges Produkt genau hinterlassen.

```
      124
      564
    -----
      496
     744
    620
    -----
    69936
        2   21
    -----------
    69933 fl. 39 kr.
```

§. 69. **Anmerk.** Jener, so die aliquanten Theile zu bearbeiten schon vorhin fähig war, wolle sich im

Urtheile

Urtheile über meine Lehrart von (§. 67.) nicht übereilen, und etwa schlechterdings behaupten, die ältere habe allen Vorzug, dann 1mo sind 6 kr der zehente Theil eines Guldens, womit sehr leicht nach jedermannes Wissen zu theilen ist, 2do entstehet fast niemals die Nothwendigkeit sich einen falschen Ansatz zu wählen, wie bey der vorigen Art der Fall in höherer Bearbeitung der Ausmessungen oder auch in gegebenen Pfenningen, z. B.

1 — 36 fl. — kr. 2 Pf. = 126

1 — 25 48 kr. 3 Pf. = 272.

sich öfters äussert, dann 3tio wird man nach meinen Regeln die Pfenninge ohne allen Kopfbrechen schnell bearbeitet haben, und endlich 4to ist dieses eine gleichförmige und allgemein anpassende Arbeit, sohin nicht nöthig mit vielen Nachsinnen die füglichste aliquoten Theile zu suchen, dieß allein macht jeder anderen Rechnungsart dem Vorzug streitig. Freylich gestehe ich meinem Gegner, daß ich in den allereinfachesten Vorfällen mich ebenfalls der alten Lehrart bediene, besonders bey denen blos aliquoten Theilen. Aber hier war es um eine allgemeine Erleichterung und gleichförmige Regel auf vorkommende Aliquante zu thun, diesen Zweck hoffe ich ganz sicher erreichet zu haben.

Doppelte aliquote und aliquante Theile.

§. 70. Wer die einfachen wohl eingesehen hat, und durch stete Uebung fertig bearbeiten kann, wird bey den doppelten geringe Beschwernisse finden. Ich setze ein Beyspiel;

1 — 56. 45. 3 Pf. = 67. 45

392
336

6 kr. = $\frac{1}{10}$ fl. 6 42
6 × — 40 12
3 kr. = $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$ 3 21
3 Pf. $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$ 50 1

Nun werden die 45 ℔ bearbeitet.

10 ℔ = $\frac{1}{10}$ Zent. 5 40 2 $\frac{3}{10}$
3 multipl. 17 1 2 $\frac{9}{10}$
5 ℔ = $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$ Z. 2 50 1 $\frac{3}{20}$

Prod. 3828 37 3 $\frac{7}{20}$

Wie diese wenige Brüche zu addiren sind, kann man §. 107. den 1ten Fall lesen.

Die Bearbeitung der aliquanten Theile in Rücksicht auf die 67 Zentner ist dem §. 67. gänzlich angemessen, was die 45 ℔. betrifft, sieht jedermann, daß ich mit Pfunden eben den geschickten Vortheil durch $\frac{1}{10}$ zu dividiren angewendet habe, und NB. daß nicht allein durch großes, sondern auch kleines Geld seye dividiret worden, welches doch bey Auflösung der aliquanten Theile des Geldes nur vom Zentner, nicht aber von den Pfunden geschahe. Die Ursache dessen kann sich jeder aus obiger Zergliederung §. 68. von selbst herholen, und nachdenken.

Ich muß gestehen, und der bloße Anblick der Beyspiele gewähret es, daß die Arbeit wegen vielfältig vorfallenden Brüchen etwas beschwerlich werde, es darf sich aber niemand einbilden, daß derley in sich selbst etwas schwere Aufgaben an Fingern zu berechnen seyen.

§. 71. Lehrsatz. Um auf einmal die Kreuzer in Gulden zu verwandeln nehme ich untenstehendes Beyspiel, und sage 175 Stück Waare jedes Stück a 5 fl. 18 kr.

18 kr. wie hoch kommen sie zu stehen? (oben schon §. 61. No. 13. ward Erwähnung gemacht) Die Multiplication mit 5 gehet wie gewöhnlich, sodann für die 18 kr. nimmt man den 6ten Theil hievon Id est 3, und sagt: 3 × 5 giebt 15 (von diesem 15 ist der 5 als jene Zahl von rechter Hand mit 6 zu Kreuzern zu multipliciren und giebt 30 kr.) der restierende 1 ist schon Gulden (NB. denn wer 5 × 18 kr. findet wie ich 1 fl. 30) also weiters! 3 × 7 ist 21 und obiger 1 fl. ist 22, schreibe also 2 und behalte 2, dann 3 × 1 ist 3 + 2 ist 5, womit alles geendet ist, und durch das Addiren kömmt das Produkt 927 fl. 30 kr.

				Ein anderes.		
175 Stück				253 Stück.		
a 5 fl.	18	Id est 3		a 9	42	Id est 7
875	—			2277		
52	30			177	6	
Prod. 927 fl.	30 kr.			2454 fl.	6 kr.	

Die ausserordentliche Kürze dieser Bearbeitung wird wohl niemand in Abrede stellen; doch muß ich selbst bekennen, daß sie mit bisheriger Erläuterung nicht ganz allgemein ist, und sich nur auf solche Kreuzer-Zahlen einschränket, die sich ohne Rest mit 6 dividiren lassen, ich muß also Hilfe an die Hand geben, und abermal etwas lehren, was wenige kennen werden.

§. 72. Lehrsatz. Einen falschen Ansatz zu finden, um dadurch die übrige Bearbeitung einer Aufgabe zu erleichtern und herzustellen, ist nichts anders, als einen Theil des Ganzen in die Operation hineinzudichten, und wirklich anzusetzen (der doch am Ende bey der Sammlung ausgelassen wird) und blos dieserwegen wird er ein falscher Ansatz genennet. Dieser Lehrsatz ist keineswegs mit flüchtigem Auge zu überge-

 hen,

hen, er kann und wird vielmal recht gute Dienste leisten, z. B. wenn zu suchen wäre.

	279		
a	4	39	Id est 6
	1116		
	167	24	

Der falsche Ansatz ist:

6 kr. $\frac{1}{10}$ von 279 =	~~27~~	~~54~~
3 kr. ist $\frac{1}{2}$ v. diesem $\frac{1}{10}$ =	13	57
Produkt	1297	21

NB. Dieser Sechser ist nicht der nachfolgende falsche Ansatz, sondern der neu erdichtete kömmt, und weil er durchgestrichen ist, wird er nicht addirt.

Nähere Erläuterung und die Ursache der Wahl dieses sogenannten falschen Ansatzes zu geben, bemerke ich, daß 39 kr. durch den Faktor Id est 6 nicht ganz gehoben oder bearbeitet waren, sondern nur 36 kr. hievon, es bleiben aber noch 3 kr. übrig, welche ebenfalls nach der Aufgabe zu berechnen sind; um diese Berechnung also füglich leicht und kurz herzustellen, bilde man sich ein es wären 6 kr. zu bearbeiten da. Nehme dahero statt diesen 6 kr. $\frac{1}{10}$ fl. oder Theil von 279, welches 27 fl. 54 kr. machen. **Diese sind in der That falsch, das ist, sie gehören nicht in die Aufgabe, werden auch nicht in die Summe eingezählt:** aber sie dienen doch die 3 kr. oder derselben Werth leicht und kurz zu bekommen, denn dieser ist blos $\frac{1}{2}$ davon, nemlich 13 fl. 47 kr. also macht die Summe mit Ausschlusse des falschen Ansatzes 1297 fl. 21 kr.

Alle Rechnungslehrer sind darinn einig, daß die Multiplication und Division den ersten Rang behaupten: daher will ich zum Vortheile meiner Leser die bisher angezeigten Arten der Multiplication über aliquote und aliquante Theile in ihrer Kürze nebeneinander vortragen

tragen, und sie dem Urtheile und der Wahl eines Jeden überlassen.

Zur Uebung will ich meinen geneigten Lesern noch einige Beyspiele meiner Lieblingsarbeit nach §. 61. Nro. II. beysetzen, und so denn die Multiplication schliessen.

		fl.	kr.	dl.
21	×	732	45	3
3				
et		2198	17	1
7				
Prod.		15388	—	3

		fl.	kr.	dl.
81	×	355	41	2
9				
et		3201	13	2
9				
Prod.		28811	1	2

		fl.	kr.	dl.
35	×	627	57	2
5				
et		3139	47	2
7				
Prod.		21978	32	2

		Cent.	℔	Loth
63	×	356	78	12
7				
et		2497	48	20
9				
Prod.		22477	37	20

Zum gänzlichen Beschluße dieser edlen Gattung der Rechnungskunst, will ich noch einige Uebungen, wo der Multiplicator in seine Factorn zertheilet wird, aber nicht genau aufgehet, anbringen, im ersten Falle wird man sich durch die Addition, im letztern durch die Subtraction helfen können, wie die beygefügte Zeichen + und — dem Leser anschaulich machen.

Durch Hilfe der Addition.

		fl.	kr.	dl.
	22 ×	6453	52	3
	3			
	et	19361	38	1
	7			
Nun wird die erste Zeile addirt.		135531	27	3
		+ 6453	52	3
Prod.		141985	20	2

55 ×	2031	27	2
6	12188	45	—
et			
9	109698	45	—
	+ 2031	27	2
	111730	12	2

Durch Hilfe der Subtraction.

29 ×	723	41	2
5	3618	27	2
et			
6	21710	45	—
	— 723	41	2
	20987	3	2

47 ×	473	29	3
6	2840	58	2
et			
8	22727	48	—
	— 473	29	3
Prod.	22254	18	1

§. 73. **Anmerk.** Die ludolphische Art ohne Einmaleins zu multipliciren, setze ich hier blos bey, wie ich selbe schon vor 30 Jahren in elementis arithmeticæ R. P. Hell Viennæ Astronomi gelesen habe.

1 — —	4573 × 352		
2 — —	9146		
3 — —	13719		
4 — —	18292	das 2fache —	9146
5 — —	22865	das 5fache —	22865
6 — —	27438	das 3fache	13719
7 — —	32011	Prod.	1609696
8 — —	36584		
9 — —	41157		

NB.

NB. H. P. Hell giebt auch den verkürzten Weg hievon und stellt nur die Mehrfachen oder Multipla von 1. 2. und 5. her, aus welchen er die übrigen leicht findet, aber es gehört Gedächtniß und Fertigkeit dazu.

Wir wollen annehmen, daß im Umlaufe des 1790 Jahres zu München seyen zum Verkaufe gebracht worden.

			Antworten.
An Waizen	52941 Sch.	a 11 fl. 45 kr.	622056 fl. 45 kr.
An Korn	31683 "	a 9 " 12 "	291483 " 36 "
An Gersten	46130 "	a 6 " 40 "	307533 " 20 "
An Haaber	16502 "	a 5 " 30 "	90761 " —
An Erbsen	38746 "	a 12 " 36 "	488199 " 36 "

Eyer, von denen 6 im Durchschnitte genommen auf einen Batzen gezählet seyn sollen, als:

	2448321666 Stücke	" " "	27203574 fl. 4 kr.
Butter	387 Zent. 52 ℔.	a 18 kr.	11625 " 36
Schmalz	5674 — 95 —	a 24 "	226998 " —
Unslicht	3735 — 30 —	a 15 "	93382 " 30
Leinöl	2431 — 45 —	a 12 "	48629 " —
Flachs	37 — 22 —	a 20	1240 " 40

Ferner

An Ochsen	5375 Stücke, das Paar	a 150 fl.		403125	—
An Rindern	2083 — Jedes	a 42		87486	—
An Kälbern	35651 — —	a 6 fl.	15	222818	45
An Lämmern	9892 — —	a 1 fl.	6	10881	12
An Schafen	6437 — —	a 4 fl.	10	26820	50

Fünfter Abschnitt.

Von der Division oder Zertheilung.

§. 74. Erklär. Die Division ist nichts anders als suchen, wie vielmal aufs genaueste eine kleine gegebene Ziffer oder Zahl in der größeren enthalten sey. Die größere Zahl wird der Dividendus oder die Zertheilungszahl, die kleinere der Divisor oder Theiler, und das, was entspringet der Quotient oder Antheiler genennet.

Der Gebrauch der Zertheilung bestehet im Handel und Wandel, so oft die Rede ist, was mehreren Personen zum gleichen oder auch ungleichen doch billigen Antheile gebühret; sie ist ohnentbehrlich: man stelle sich nur handelnde Gesellschaften vor, man sehe Contracte und letzte Willensmeynungen bey Auseinandersetzung ein, man betrachte bey allen Geschäften der Menschen das Mein und Dein, so wird es Theilungen geben, kurz der Mensch müßte aufhören gesellig zu seyn, wenn man der Theilung nicht mehr nöthig hätte; also ist derselben Gebrauch allgemein.

§. 75. Zusatz. Aus oben gesetzter Erklärung ließ sich klar folgern, daß auch die Zertheilung oder Division nach der Strenge zu urtheilen keine neue Gattung der Rechnung wäre; weil man durch wiederholte Subtraktion den nemlichen Antheiler oder Quotienten erhalten kann, ich lasse sie aber bey dem uralten Namen der 5ten Gattung nach §. 7.

§. 76. Grundsätze. Gleiches durch Gleiches dividirt giebt gleiche Quotienten: was die Division aufhebt, giebt die Multiplikation wieder.

§. 67.

§. 77. Anmerk. Ehe ich zu den wirklichen Regeln der Division schreite, will ich die Auswahl unter den mehreren im Schwunge gehenden Divisionsarten treffen: zu diesem Ende aber alle mir bekannte unter ein einzelnes Beyspiel setzen, um gleich beym Anblick zu zeigen, daß die von mir erwählte wegen ihrer Kürze, Ordnung und besonderm Vortheile, die begangenen Fehler ohne Verwirrung nachsehen, und verbessern zu können, den billigsten Vorzug verdiene. Ein französischer Schriftsteller giebt jeder Art ihren (weiß nicht ächt- oder unächten) Namen, ich folge ihm hierin, weil Nämen nichts zur Sache machen.

Das Beyspiel soll seyn:

Divisor	Dividendus
453	647982

1. Art.

Die Französische.

~~13~~1
~~1947~~9
~~64798~~2 (Quotient.
~~45333~~ (1430 $\frac{192}{453}$
~~455~~
~~4~~

2. Art.

Die Deutsche.

453: ~~64798~~2
~~2947~~9 (Quotient.
~~1342~~ (1430 $\frac{192}{453}$
~~13~~1

3. Art.
Die Welsche.

```
       647982
453:   453          (Quotient.
       ----         (1430 192/453
       1949
       1812
       ----
        1378
        1359
       ----
         192
         000
       ----
Rest     192
```

4. Art.
Die Portugiesische.

```
453:  647982
       1949     (Quotient.
        1378    (1430 192/453
          192
```

§. 78. **Anmerk.** Ein Geübter arbeitet durch den längern Weg schneller, als ein Ungeübter durch den kürzern, dieses hat seine Richtigkeit; aber es ist auch richtig, daß bey zween Geübten, der Kurzarbeitende beym Ende ist, ehe der andere die halbe Arbeit fertig hat: daher bleibt der allgemeine Satz besonders im Rechnen wahr, welcher sagt, was kurz kann verrichtet, soll nicht weitschichtig vollbracht werden, und eben dieser Satz vertheidiget meine Wahl, die ich auf die vierte Art der Division nehme. Weil sie nun aber blos eine Verkürzung der dritten Art ist, und diese den Grundstein jener ausmachet, so will ich vorher die dritte Art in die Regel fassen, und nachmals erst die Verkürzung erklären, damit man mich nicht beschuldige, als

als hätte ich die Grundfeste vernachlässiget. Also zum Werke.

§. 79. Aufgabe. Eine Zahl durch die andere zu zertheilen oder dividiren.

Divis. Divid.(Quotient.
4 6 (

Auflösung.

Auf die dritte Art applicirt.

1mo Nach angesetzten Divid. oder der Zertheilungszahl schreibe man den Divisor auf die linke Seite, (unten her mache er noch mehr Zahlen aus, weil er immer frisch angeschrieben werden soll) für den Quotienten wird unter dem Zeichen rechts Platz gelassen.

2do Man fange mit der zur Linken des Divisors erststehenden Ziffer die Fragen an, wie vielmal solche in den ebenfalls zur Linken erststehenden ein oder zwey Ziffern des Dividendus enthalten sey.

4: 6 (1 mal

3tio Die Antwort auf die Frage: Wie vielmal, ist der Quotient, wie er hier mit 1 ausgesetzt worden, durch welchen Quotienten man

453: 647982 (
453 (1 mal
Rest 194 (

4to den ganzen Divisor nach den im vorgehenden Abschnitt gegebenen Regeln multipliciret, das entspringende Mehrfache in Ordnung unter den Dividendus hinschreibt, dann subtrahirt und den Rest nach einer gezogenen Querlinie ansetzt. So kömmt in unserm Beyspiele zum Mehrfachen 453, von 647 abzuziehen, und bleibt 194 zum Reste.

5to Dieser Rest (welcher immer weniger als der Divisor selbst seyn muß) soll durch Herabsetzung der nächsten

sten Ziffer aus dem Dividendus vermehret werden, in unserem Fall kömmt 1949, alsdann wird

6to die Bearbeitung mit der Frage 4 in 19 wie oft gehet es, unter der Antwort 4 mal fortgesetzt, und dieses zeigt an, daß der Divisor 4 mal genommen werden muß, giebt also 1812 zum Mehrfachen, welches abgezohen zum sichtbaren Rest 137 hinterläßt.

453: 1949 (4 mal
1812 (

Rest 137

Ferners

7timo Muß nach obiger 5ter Regel dieser Rest mit der nächsten Ziffer des Hauptdividendus vermehret werden, wodurch zur neuen Bearbeitung kömmt 1378 worinn der Divisor 3 mal enthalten ist, und nach geschehener Multiplication und Subtraction nach den eben angeführten Regeln der kleine Rest von 19 bleibt.

453: 1378 (3 mal
1359 (

Rest 19

Endlich wenn in diesem Beyspiele

8to auch die letzte Ziffer nemlich 2 zu 19 heruntergebracht wird, so ist dennoch sichtig, daß der Divisor noch größer als der Dividendus sey; daher in diesem und NB. allen ähnlichen Fällen ein 0 zum Quotienten hinauszusetzen ist, folglich ist in dem gegebenen Beyspiel der ganze Quotient $1430\frac{192}{453}$.

453: 192 (0 mal

Wenn dieser letztere Rest 192 fl. nicht will als Bruch stehen gelassen werden, so wird in der Folge eine weitere Regel nachgetragen, bis dahin soll das festina lente zur Entschuldigung dienen.

§. 80.

§. 80. Zusatz. Man erkennet aus den gegebenen Regeln und der Bearbeitung selbst, daß eben so viele Ziffer in Quotienten zu stehen kommen, als besondere Ansätze, oder Fragen gemacht worden sind.

§. 81. Zusatz. Weiters erhellet aus obigen Regeln, daß zur Division dreyerley Sachen vonnöthen sind, als 1mo man fraget wie vielmal der Divisor in dem Dividendus enthalten sey, damit der Quotient kund werde. 2do man multiplicirt den Divisor mit den Quotienten, damit ein Mehrfaches entspringe, und 3tio man zieht dieses Mehrfache von dem Dividendus ab, damit man den Rest finde.

§. 82. Anmerk. Wer von der Aufgabe §. 79. bis hieher alles mit reifer Ueberlegung etlichemale durchgearbeitet hat, wird die welsche oder 3te Art zu dividiren genüglich einsehen, und weil solche, wie ich oben zu sagen die Ehre hatte, der Grund der erwählten portugiesischen oder 4ten Art ist; so tritt nunmehro der Zeitpunkt ein, diese letztere deutlich auszuführen.

Erläuterung

der erwählten Division nemlich der Portugiesischen mit Beyhilfe der §. 16. angeführten Zeichen.

Das Beyspiel bleibt das nämliche. Also frage ich: 4:6 geht 1 mal (wie die erste Ziffer in dem Quotiente stehet) nun durch dieses 1 den ganzen Quotient multiplicirt kömmt eben 453, (weil die Einheit nichts vermehret) es geschieht aber; indem ich also sage: 1 × 3 ist 3, 3 von 7 bleibt 4, dann 1 × 5 ist 5, 5 von 4 gehet nicht, also sage ich mittels der Entlehnung von 14 bleibt 9, endlich 1 × 4 ist 4 und das vorhin entlehnte 1 wird hier wieder im Sinne beygezählt, so kömmt 5, 5 von 6 bleibt 1, also ist der ganze Rest 194.

Diesem

Diesem wird die folgende Ziffer 9 des Dividendus beygesetzet, und neuerdings gefragt, 4: 19 geht 4 mal, dann multiplicire ich, 4 × 3 ist 12, 12 von 19 (nach obiger Lehre) bleibt 7, behalte 1. Item 4 × 5 ist 20 und das behaltene 1 macht 21, 21 von 24 bleibt 3 und behalte hier 2 im Sinne (NB. weil ich den 4 gleich zu 24 gemacht, also 2 heimlich entlehnet habe, wie in nachfolgender Haupterinnerung deutlicher vorkömmt) weiters 4 × 4 ist 16, dann obige im Sinne behaltene 2 geben 18, 18 von 19 bleibt 1. Der ganze Rest ist also 137, dem die Ziffer 8 beyzufügen ist, wodurch der weitere Dividendus 1328 wird, ich frage 4: 13 geht 3 mal, multiplicire und sage 3 × 3 ist 9, 9 von 18 bleibt 9 behalte 1, weiters 3 × 5 ist 15 und das behaltene 1 ist 16, 16 von 17 bleibt 1 und behalte 1 nämlich das entlehnte, endlich 3 × 4 ist 12 und 1 ist 13, 13 von 13 bleibt nichts, der Rest also ist 19, denn wenn man auch noch die letztere Ziffer des Dividendus nämlich 2 beysetzet, so kommen doch nur 192, welches kleiner als der Divisor ist, folglich muß zum Quotienten ein 0 nach 8ter Regel beygesetzet, und der Rest im Bruch ausgeworfen werden, unter folgender Gestalt $\frac{192}{453}$.

Dividend.	Divisor.
647982	453
1949	Quotient.
1378	$2430\frac{192}{453}$
192	

Haupterinnerung. Ueber die bey diesen Divisionen vorfallende Entlehnungen, ist für itzt und für die Zukunft zu bemerken, daß die Entlehnung nicht, wie bey der Subtraction bey der nächsten linksstehenden Ziffer geschehe, sondern man macht sich aus der Ziffer selbst, wobey die Entlehnung nöthig ist, blatterdings so viel

als

als man braucht, um das entstandene Mehrfache abziehen zu können, das ist, man entlehnet oder scheinet zu entlehnen 2 3 4 5 6 7 8 auch 9 ohne Unterschied, je nachdem es vonnöthen seyn wird, und setzet eben das Entlehnte bey dem nächstfolgenden Mehrfachen oder Multiplo wieder dazu; denn es verändert ja nichts, wenn ich bey A entlehne 5, bey B aber 3, und wiederum zu A addire 5, dann zu B die 3.

Nun heischet die Ordnung, daß ich mich in Rücksicht des obigen Restes 192 deutlicher erkläre und zeige, wie man 9 selben zu Kreuzern und Pfenningen umwandle. Indem 60 kr. einen Gulden machen, so geben 192 × 60 11520 kr. welche nach obiger Anleitung dividirt, zum Quotienten 25 kr geben, und einen Rest von 195 kr. hinterlassen. Dieser mit 4 multiplicirt entwirft 780 Pf., diese durch 453 neuerdings dividirt, geben den Quotienten 1 Pf. + $\frac{327}{453}$.

```
   192
    60    (453
-------   ------
 11520    (25 kr.
  2460
   195
     4 dl.
-------    453
   780    -------
   327    1 dl. 327/453
```

Das ganze Beyspiel liest man so: Wenn 453 Mann hätten 647982 fl. in gleiche Theile unter sich zu theilen gehabt, so trafen jeden 1430 fl. 25 kr. 1 + $\frac{327}{453}$ Pf. und 327 Mann hievon bekämen statt einem zween Pfenninge, dieses will der Bruch eigentlich sagen.

§. 82. Probe nach dem Grundsatz §. 76. Was die Division aufhebt, giebt die Multiplication wieder. Es wird die Untersuchung angestellt, indem man den

den Divisor durch den Quotienten, oder diesen durch jenen multiplicirt: dann muß sich der Dividendus auswerfen, geschieht dieses, so ist die gemachte Theilung richtig.

2do Ist nicht minder gegründet, daß die Division recht, oder vielmehr der wahre Quotient gefunden worden sey, wenn der Divisor und Dividendus durch 2 3 4 5 6 7 8 und 9 multiplicirt werden. Wenn der vergrößerte Dividendus durch den vergrößerten Divisorneuerdings getheilt wird, so muß man den nämlichen Quotienten bekommen.

Die Division ist nicht minder untersucht, wenn der gefundene Quotient in einer frischen Bearbeitung zum Divisor genommen wird; denn da muß der vorige Divisor zum neuen Quotienten herauskommen. Jeder hat die Auswahl von 3 untrüglichen Proben. Die eine ist freylich bequemer als die andere nach Verschiedenheit der Umstände. Wies jedem beliebt, mag er wählen.

§. 83. Anmerk. Ich darf mir schmeicheln bey allen Gattungen der Rechnung bishero solche Proben angeführt zu haben, daß der Verstand des Lesers gleich beym ersten Anblicke von ihrer Wahrheit überwiesen seyn muß. Ich schmeichle mir aber auch, daß keiner meiner Gönner jemals eine Aufgabe als vollendet ansehen werde, bis er nicht die Probe beygefügt hat; denn obschon die in sich untrügliche Regeln in der Sammlung das Gesammte, in der Abziehung den Rest, oder Unterschied, in der Multiplication das Produkt, und in der Division den wahren Quotienten geben; so ist man doch bey weitem nicht versichert, diese Regeln ohne Irrung angewendet zu haben. Und dieß vertheidiger die Nothwendigkeit der Proben bey jeder Gattung, wornach erst

erst der gründliche Schluß folget, daß alles gut geschehen seye. Eben solche untrügliche Untersuchungen dürfen meine Leser in der Folge erwarten.

Einige verkürzte Arten der Division.

I. Wenn Nullen im Divisor am Ende stehen, so können eben so viele Ziffer in dem Dividendus unterdessen weggestrichen werden; aber sie sind dem Rest beyzusetzen wie in dieser Bearbeitung zu sehen ist, bey den zwo letzten Ziffern 53 des Dividendus.

800:	6578,53
Quot.	822 fl.
Rest	253
	60 kr.
Quot.	15180
	18 kr.
Rest	780
	4 dl.
	3120
Quot.	3 dl.
Rest	720

Also ist in diesem der ganze Quotient 822 fl. 18 kr. $3\frac{720}{800}$.

II. Wenn sowohl im Divisor als Dividendus Nullen gegenwärtig sind, können selbe beyderseits jedoch nur in gleicher Anzahl gar weggelassen worden. Als:

60,00: 5234,00

Quot. 87

Rest 14
60 kr.

840

Quot. 14 kr.

Also 87 fl. 14 kr. — dl. Quotient.

III. Der Divisor und Dividendus stehen allzeit in dem nämlichen Verhältnisse, wie der Nenner gegen den Zehler eines Bruches, so kann auch der Vortheil, Brüche zum kleinsten Ausdrucke zu bringen, hier Platz haben, oder man kann mit Ziffern, (die in beeden Theilen aufgehen) die Division vornehmen, damit alles zu einem kleinern Ausdrucke komme, und die Arbeit erleichtert werde, in der Zukunft wird dieses sehr anwendbar, besonders bey der Regel von 3 Sätzen.

(4) 56: 28808

(2) 14: 7202

7: 3601

$514\frac{3}{7}$ fl.

IV. Die nützlichste Kürze ist, den Divisor in seine Factorn zu zergliedern; ich muß aber errinnern, daß diese Eigenschaft nur die Multipla oder Mehrfache des Einmaleins in sich einschliessen. Als:

	fl.	kr.	dl.		Cent.	℔.	Loth.
63:	7453	25	3	42:	16473	78	24
7 et	1064	46	$2\frac{1}{7}$	6 et	2745	63	4
9 Quot.	118	18	$2\frac{1}{63}$	7 Quot.	392	23	9

	fl.	kr.	Pf.
54:	3724	53	1
6 et	620	48	$3\frac{3}{8}$
9 Quot.	68	58	$3\frac{3}{54}$ Pf.

und also von allen übrigen, man kann sich mehrere dergleichen Beyspiele selbst zur Uebung aufsetzen.

Wenn man

V. mit 60 theilet oder wie es zum öftern vorfällt, aus Kreuzern Gulden machet, wird die letzte Ziffer des Dividendus so wie die Nulle des Divisors als nicht dastehend genommen, und die Division blos mit 6 fortgesetzet. Eben diese Regel gilt bey 20 30 40 50 70 80 und 90.

60: 457264,5
76210, fl. 45 kr.

60: 3527903,4
587983 fl. 54 kr.

60: 100032,1
16672 fl. 1 kr.

40: 345726,3
86431 $\frac{23}{40}$

70: 800035,2 2
114290 $\frac{52}{70}$ | $\frac{26}{35}$

90: 5400372,6 6
600041 $\frac{36}{90}$ | $\frac{6}{15}$ | $\frac{2}{5}$

VI. Um mit 100 geschwind Gulden, kr. und Pf. herzustellen, streicht man nur die zwo letzten Ziffern weg, so stehen die Gulden da ꝛc.

100: 63456,76 kr.
60

45,60
· 4

2,40

Quotient ist 63456 fl. 45 kr. $2\frac{40}{100}|\frac{2}{5}$ Pf.

Divisions-Beyspiele.

Ihrer 8 Personen verzehren in einem Jahre 1437 fl. 27 kr. 2 dl. was trifft jedem?

8: 1437 fl. 27 kr. 2 dl.
---
179 40 $3\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

5 Taglöhner verdienen durch Holzschlagen 131 fl. 24 kr. was gebührt jedem?

5: 131 fl. 24 kr.
---
26 16 $3\frac{1}{5}$

Wie viel machen 61440 Pf. Gulden und Kreuzer?

4: 61440 Pf.

15: 15360 kr.
---
256 fl.

Wie viel 49460 Groschen Gulden?

20: 49460 Gr.

2473 fl.

3795 Batzen wie viel Gulden?

15: 3795 Batzen
---
253 fl.

Item 37580 Sechser, wie viel Gulden?

10: 37580 Sechser.

3758 fl.

Wie

Wie viel geben 62390 Zwölfer Gulden nach Reichswehrung?

5: 62390 Zwölfer.

12478 fl.

Wie viel geben 133640 vier und zwanziger Stück Gulden?

5 — 2 = 133640

5: 267280

53456 fl.

NB. Hier ist das Kürzeste, wenn man annimmt: 5 St. machen 2 fl. wie viel machen die gegebenen, also mit 2 multiplicirt und 5 dividirt.

Zum Beschluße: Einer hat zur jährlichen Besoldung 1530 fl. was verschenket er, wenn er einem Armen von seiner Besoldung einen Tagstheil giebt?

365: 1530 (4 fl.
70 × 60

4200 kr. (
550 (11 kr.
185 × 4

740 (
10 (2 dl.

Also ist der ganze Quot. 4 fl. 11 kr. $2\frac{10}{365}$ dl.

§. 85. Anmerk. Was in der Multiplication §. 73. von der Art zu vervielfältigen gesagt worden, das läßt sich auch bey der Division anwenden, nur geschieht das Gegentheil, man kann also ohne Einmaleins durch blosses Subtrahiren ebenfalls dividiren. Als:

1 — —	4573	1609696	(352
2 — —	9146	13719	(
3 — —	13719	22863	
4 — —	18292	9146	
5 — —	22865		
6 — —	27438		
7 — —	32011		
8 — —	36584		
9 — —	41157		

Ich habe nur das 3 5 und zweyfache abgezohen, und der Quotus stunde. Ich weiß auch noch einen kürzern Weg der Multiplication und Division in ganzen Zahlen auf diese Art, aber selbe in gebrochenen, das ist mit Gulden Kreuzer und Pf. ꝛc. ꝛc. anzuwenden, ist eine Kunst, und doch möglich.

Sechster Abschnitt.

Von den Eigenschaften der Brüche überhaupt.

Vorrede.

§. 86. Niemand wird in Abrede stellen, daß Brüche auch nur dem blossen Namen nach die Anfänger mit ängstendem Kummer überhäufen, und wenn es irgend wahr ist, daß üble Vorurtheile große Beschwernisse verursachen, so ist es bey den Brüchen in der Rechnungskunst bestättiget; mit sauerm Angesichte betrachtet mancher einen $\frac{3}{4}$ Centner und 75 ℔. sind ihm was bekanntes: was soll bey vielen ein $\frac{4}{5}$ fl. bedeuten, denen 48 kr. was alltägliches sind. Dieß allzuängstliche Vorstellen, das blinde Vorurtheil, welches einige Lehrer vielleicht aus selbstiger Unwissenheit, oder ihren Lehren ein Ansehen zu machen, mit Fleiß ver=

vermehren, hat viele dahin gebracht, die Rechnung gar aufzugeben, so daß sie oft bey ansehnlichen Aemtern und Verwaltungen sich lieber eines anderen Treue und Geschicklichkeit überlassen, als die Mühe nehmen wollten, mit gesunder Vernunft eine reife Ueberlegung zu machen. Ich getraue mir zu behaupten, daß nach vorgegangener sattsamer Kenntniß der ersten 5 Gattungen in Ganzen, die Berechnung der Brüche überaus leicht und einfach sey.

Einleitung.

§. 87. **Erklär. I.** Der Bruch ist ein, oder mehrere Theile eines Ganzen, welches als eine Einheit angesehen wird, oder er ist eine Zahl die sich gegen eines verhält, wie sein Zähler zum Nenner. $\frac{1}{2}$ fl. $\frac{2}{3}$ fl. $\frac{3}{4}$ Centner. $\frac{1}{3}$ Schäffel ꝛc. ꝛc.

§. 88. II. Bey Brüchen kommen allzeit zwo Zahlen vor; eine stehet ober einem Querstrichlein, die andere unten, als $\frac{3}{4}$. Die obenstehende wird Zähler, weil sie zählt, wie viele Theile von dem Ganzen genommen werden, die untere Nenner genannt, weil sie benennet, in wie viele Theile das Ganze getheilet sey.

§. 89. III. Ein wahrer Bruch ist jener, wo der Zehler kleiner, als der Nenner ist, als $\frac{3}{4}$ (wahrer Bruch,) und wenn der Zähler größer ist, als der Nenner, so heißt der Bruch ein After- oder unächter Bruch, als $\frac{5}{4}$ (Afterbruch.)

§. 90. **Aufgabe.** Aus einer gegebenen Zahl einen Bruch nach beliebiger, oder vielmehr nöthiger Benennung herzustellen.

Auflösung.

Durch die Benennung soll das Ganze multiplicirt werden; die gegebene Benennung selbst giebt den Nenner. Z. B. 4 zur Benennung 6 zu bringen sage 4 × 6 ist 24; dieß ist der Zähler des entsprechenden Bruches, unter diesen Zähler setze die gegebene Benennung = 6: so heißt der Bruch $\frac{24}{6}$, welcher eben so viel, als 4 Ganze bedeutet.

§. 91. Zusatz. Hieraus erhellet, wie man ein Ganzes nebst einem angehängten Bruche einrichten, oder was das nämliche ist, zur Benennung des Bruches bringen soll: man multiplicirt das Ganze mit dem Nenner, addirt den Zähler, und setzet den Nenner wieder darunter. Als z. B.

$$3\tfrac{4}{5} = \tfrac{19}{5}$$
$$6\tfrac{2}{3} = \tfrac{20}{3}$$
$$7\tfrac{1}{4} = \tfrac{29}{4}$$
$$3\tfrac{1}{2} = \tfrac{7}{2}$$

§. 92. Zusatz. Den einfachsten Afterbruch erhält man, wenn die Einheit unter das Ganze geschrieben wird, als $\frac{7}{1}$. Ist aber der Afterbruch von anderer Art, nämlich $\frac{7}{3}$, so kann selber durch die Division zu seinem wahren Werth umgesetzt werden.

$$\tfrac{7}{3} = 2\tfrac{1}{3}$$
$$\tfrac{8}{5} = 1\tfrac{3}{5}$$
$$\tfrac{9}{4} = 2\tfrac{1}{4}$$
$$\tfrac{9}{3} = 3$$

§. 93. Aufgabe. Zween oder mehrere Brüche, ohne Veränderung ihres Werths zur nämlichen Benennung zu bringen.

Auflösung.

1mo Die Nenner aller Brüche untereinander multiplicirt, geben ganz sicher eine Zahl, oder Produkt, welches der Nenner eines jeden besonderen Bruchs ohne Rest zertheilet.

Besondere Nenner sind: 4 × 5 × 3 × und geben den allgemeinen Nenner 420.

2do Es geschehe mit jedem besondern Nenner die Zertheilung, und der Quotient werde nächst dem Bruche selbst hingesetzt.

420

Brüche.	Quot.		Neuer Zähler.
$\frac{3}{4}$	105	—	315
$\frac{2}{5}$	84	—	168
$\frac{1}{3}$	140	—	140
$\frac{6}{7}$	60	—	360

Oder ausgedrücket.

$\frac{315}{420}$ $\frac{168}{420}$ $\frac{140}{420}$ $\frac{360}{420}$

Dann wird

3tio Eines jeden Bruchs Quotient mit seinem Zähler multiplicirt, woraus der neue Zähler entspringt, dessen Nenner der allgemeine ist.

Hiebey will ich es indessen bewenden lassen, bis die Rede vom Addiren aller Brüche kömmt, wo sodann das Weitere folget.

§. 94. Zusatz. Der allgemeine Nenner ist also nichts anders, als eine Zahl, welche durch jeden einzelnen Nenner aller Brüche ohne Rest getheilet wird.

§. 95. Zusatz. Aus diesem folgt, daß eine jede Zahl, welche durch jeden einzelnen Nenner aller Brü-

che ohne Rest getheilt wird, für den allgemeinen Nenner gelten könne, und dieß giebt in der Folge große Kürze. Zum Beyspiele dienen nachstehende Brüche.

Allgemeiner Nenner.

40

$\frac{3}{4}$	10	—	30
$\frac{3}{5}$	8	—	24
$\frac{7}{8}$	5	—	35
$\frac{1}{2}$	20	—	20

Oder ausgedrücket.

$\frac{30}{40}$ $\frac{24}{40}$ $\frac{35}{40}$ $\frac{20}{40}$

Ich habe zur Erfindung dieses allgemeinen Nenners blos 8 mit 5 multiplicirt, dieß gab 40; weil es ohnehin richtig ist, daß die Nenner des ersten und letzten Bruches, 4 und 2 jene Zahl auch ohne Rest dividiren, welche 8 ohne Rest dividirt. Tentanti patet.

Zur weitern Erleichterung will ich hier einige Zahlen, welche sehr oft, wo nicht allzeit, zum allgemeinern Nenner dienen können, und jeden des weitläufigen Suchens überheben, in möglicher Kürze beysetzen, als:

12 wird ohne Rest getheilt durch	2	3	4	6					
24	2	3	4	6	8				
30	2	3	5	6	10	15			
36	2	3	4	6	9	12			
40	2	4	5	8	10				
48	2	3	4	6	8	12	16		
60	2	3	4	5	6	10	12	15	30
72	2	3	4	6	8	9	12		
120	2	3	4	5	6	8	10	12	
504	2	3	4	6	7	8	9	12	
5040	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Diese Zahl 5040 theilet auch 7 und sie ist jene Zahl, welche durch alle erste Grundzahlen von 1 bis 10 ohne Rest getheilet wird.

Etwas anderes vom Nämlichen.

Eine andere noch vortheilhaftere, und gewiß sehr nützliche Weise den allgemeinen Nenner zu finden ist folgende. Gesetzt, man müßte nachstehende Brüche unter einerley Benennung bringen:

$$\frac{5}{6} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{9}{2} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{7}{12}$$

Erste Regel. Unter allen Nennern dieser Brüche ist 12 der größte. Weil nun die kleinen Nenner 6, 4, 2, und 3 genau und ohne Rest in 12 enthalten werden, und ächte aliquote Theile von 12 sind, so können sie beym Suchen des allgemeinen Nenners übergangen werden.

Zwote Regel. Die übrigen Nenner setzet man wie sie kommen in eine Linie, es müßte also im gegenwärtigen Beyspiele der Ansatz so beschaffen seyn.

Wahlziffer			
3	8	9	12
4	8	3	4
	2	3	—

12 × 6 = 72 Allgemeiner Nenner.

Dritte Regel. In der ersten Reihe ist mit der Wahlziffer 3 in 9 und 12; in der zwoten mit der Wahlziffer 4 in 8 und 4 dividiret worden, so daß einzig 2 und 3 am Ende übrig bleiben. Diese unter sich multiplicirt geben 6. Die Wahlziffer muß man ebenfalls miteinander multipliciren, und diese geben das Faktum 12. Diese beyden Mehrfache 6 und 12, wenn sie miteinander multiplicirt werden, stellen den allgemeinen Nenner zu oben gegebenen Brüchen her, nämlich 72.

Ein anderes Beyspiel

nach dieser Weise, in welchem die Nenner höher steigen. Gesetzt, man müßte folgende Brüche unter die nämliche Benennung bringen:

$\frac{5}{8}$ $\frac{3}{10}$ $\frac{7}{12}$ $\frac{8}{15}$ $\frac{9}{16}$ $\frac{7}{18}$ $\frac{11}{20}$

Nach den vorigen Regeln werden die Nenner 8 und 10 vernachläßigt, als wenn sie nicht dastünden, weil sie von 16 und 20 aliquote Theile sind, die Bearbeitung ist also folgende:

Wahlziffer.					
2	12	15	16	18	20
2	6	15	8	9	10
3	3	15	4	9	5
5	—	5	4	3	5
	—	—	4	3	—

2×2×3×5 geben 60 × 12 = 120 Allgem. Nenner.

§. 96. Aufgabe. Den innerlichen Werth, eines jeden Bruches zu finden.

Auflösung.

Das Ganze (dessen Bruch zu behandeln ist) muß mit des Bruchs Zähler multiplicirt, und mit dem Nenner dividirt werden, so zeigt der Quotient den Werth des Bruches.

Was gilt $\frac{3}{4}$ Gulden?

60×3 = 180

180: 4 giebt 45 kr.

§. 97. Aufgabe. Theile eines Ganzen in einem Bruche darzustellen.

Auflösung.

Man setzet blos das Ganze in allen seinen Theilen darunter. Als

$\frac{47}{60}$ kr. $\frac{73}{100}$ ℔. $\frac{5}{6}$ Metzen.

Auf-

§. 98. Anmerk. Hiebey ist zu erinnern, daß, wenn Brüche von Brüchen, in einem einzelnen Bruche darzustellen wären, als z. B. 45 kr. 2 Pf. diese vorher zu Pfenningen, und der Gulden ebenfalls zu Pfenningen gebracht werden müsse. Als z. B.

45 kr. 2 Pf.
4
———
182 Pf.
mithin
$\frac{182}{240}$ Pf. Bruch.

§. 99. Aufgabe. Von mehrern Brüchen den Größern zu finden.

Auflösung.

Die Brüche müssen vorher zur nämlichen Benennung nach §. 93. gebracht werden; alsdann ist jener der größte Bruch, welcher den größten Zähler hat, denn der Nenner benennet blos, in wie viele Theile das Ganze getheilet sey, und diese Theilung ist nunmehr überall gleich, der Zähler aber zeigt an, wie viele Theile des Ganzen genommen werden, folglich ist jener der größte, der die mehresten Theile enthält. Z. B.

Allgemeiner Nenner.

40

$\frac{3}{4}$	10	— 30
$\frac{3}{5}$	8	— 24
$\frac{7}{8}$	5	— 35
$\frac{1}{2}$	20	— 20

Also ist $\frac{7}{8}$ oder $\frac{35}{40}$ der größte, diesen folget $\frac{30}{40}$ oder $\frac{3}{4}$ dann $\frac{24}{40}$ oder $\frac{3}{5}$ endlich $\frac{1}{2}$ oder $\frac{20}{40}$ der kleinste.

§. 100. Zusatz. Im Gegentheile, wenn der Zähler der nämliche in allen Brüchen bleibt, so ist derjenige der kleinste Bruch, welcher den größten Nenner hat. Also ist $\frac{1}{8}$ kleiner, als $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc.

§. 101. Zusatz. Wenn Zähler und Nenner gleich sind, sie mögen lauten wie sie wollen, so ist es ein Ganzes, als $\frac{3}{3}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{7}{7}$ $\frac{125}{125}$ ꝛc. weil nämlich der Zähler alle Theile in sich einschließt, in welche das Ganze, nach dem Zeugnisse des Nenners getheilet ist.

§. 102. Aufgabe. Einen Bruch, ohne dessen innerlichen Werth zu ändern, auf den kleinsten Ausdruck zurückezuführen.

Auflösung.

Allgemeine Regel hierüber: Der Nenner soll durch den Zähler dividirt werden, ohne auf den Quotienten acht zu haben, und das, was im Reste bleibt, ist der neue Divisor in den vorigen Zähler, der weitere Rest dividirt wiederum den vorigen Rest, und also fort, bis nichts mehr übrig ist. Im Falle, daß einmal ein Quotient ohne allen Rest heraus kömmt, ist dieser Divisor die Zahl, welche den ersten Bruch (wenn Zähler und Nenner hiemit zertheilet wird) auf seinen kleinsten Ausdruck bringt. Das Beyspiel gewähret Jedem nähere Einsicht.

Beyspiel.

Der Bruch wäre $\frac{360}{792}$; also wird 792 durch 360 dividirt; dieß läßt zum Reste 72 (NB. der Quotient 2 wird nicht in acht genommen) sondern 360 mit 72 wieder dividirt, und da in dieser Division gar kein Rest mehr übrig ist, so schliesse man, daß die Zahl 72 jene sey, welche 360, und 792, also den gegebenen Bruch $\frac{360}{792}$ dividirt, und zum kleinsten Ausdruck bringt, dieser ist: $\frac{5}{11}$. Eben so in dem Bruche $\frac{91}{294}$ nach obiger Art verfahren, wird 7 jene Zahl seyn, welche beyde dividirt,

dirt, und $\frac{13}{42}$ entwerfen: so bekömmt man in beyden Beyspielen den letzten, oder kleinsten Ausdruck, welcher am inneren Werthe den aufgeworfenen Brüchen vollkommen gleichkömmt.

§. 103. **Beweis.** Um das Obige zu begreifen, muß man 3 Ursachen bemerken, als 1. jene Zahl, welche eine Größe genau dividirt, die dividirt auch derselben Multipla, oder Mehrfache, als 3 dividirt genau 6, also auch 6 × 4; das ist 24; eben so 30 ꝛc. 2. Eine Zahl, die die Theile eines Ganzen genau dividirt, dividirt auch das Ganze selbst: als 3 dividirt 9 und 6 also auch 15. 3. Wenn eine Zahl das Ganze und auch einen der Theile des Ganzen dividirt, so dividirt sie auch den andern Theil, als 3 dividirt 15 und den Theil 9, daher wird, und muß sie auch den andern Theil nämlich 6 dividiren, also wird dadurch der allgemeine Nenner vollkommen berichtiget.

§. 104. **Anmerk.** Wenn man bey obigem Dividiren bis auf die Einheit kömmt, so ist es ein Zeichen, daß der erste gegebene Bruch gar nicht zu verkleinern sey.

Zur Erleichterung der obigen vielfältigen Divisionen sind einige verkürzte Arten der Verkleinerung hieher zu setzen. Als:

1mo Wenn Zähler und Nenner am Ende Nullen haben, sind selbe in gleicher Anzahl blos wegzulassen, als:

$$\frac{500}{1200} = \frac{5}{12}$$

2do Wenn sie am Ende gerade Ziffer, das ist, 2 4 6 8 auch 0 haben, so ist der Bruch mit 2 zu verkleinern.

$$\overset{2}{\frac{254}{368}\Big|}\frac{127}{184}$$

Item $\overset{2}{\frac{564}{736}\Big|}\overset{2}{\frac{282}{368}\Big|}\frac{141}{184}$

3tio

3tio Wenn am Ende oben, oder unten ungerade Ziffer stehen, kann der Bruch niemal mit geraden Ziffern gehoben werden; addirt man aber den Zähler, und Nenner, jeden zu sich, und entspringt ein Mehrfaches, das mit 3 zu dividiren wäre, so läßt sich auch der ganze Bruch mit 3 verkleinern, als:

$$\overset{3}{\frac{618}{945} \Big| \frac{206}{315}}$$

4to Wenn am Ende des Bruches 5 oder auch Nullen stehen, so ist 5 die verkleinernde Zahl.

$$\overset{5}{\frac{375}{670} \Big| \frac{75}{134}}$$

5to Wenn der Bruch oben und unten aus 3 Ziffern besteht, und die mittlere immer so stark, als die zwo äusseren im Addiren wären, so ist 11 der Divisor.

$$\frac{264}{495} \overset{11}{\Big|} \frac{24}{45} \overset{3}{\Big|} \frac{8}{15}$$

6to Ob die Theilung nicht mit 7 geschehen könne, muß gleichwohl versuchet werden.

$$\overset{7}{\frac{728}{1463} \Big| \frac{104}{209}}$$

§. 105. **Anmerk.** Diese Versuche sind zwar sehr erleichternd; da es aber dennoch geschieht, daß man den kleinsten Ausdruck nicht findet, so muß man sich begnügen, oder den §. 102. versuchen, in wie weit solcher etwaige Hilfe leisten kann, und wird.

§. 106. **Anmerk.** Dieser ganze Abschnitt, als die Einleitung zu den Brüchen, ist um so mehr mit allem Fleiße öfters zu wiederholen, als ohne selben sich stäter Anstand ergeben würde.

Sie-

Siebenter Abschnitt.

Von der Addition in gebrochenen Zahlen.

§. 107. Erklär. Brüche sammeln ist in der Hauptsache eben das, was Ganze sammeln ist, nämlich mehrere Brüche in eine Summe bringen, welche alle gegebene in sich enthalten muß.

Der Gebrauch hievon ist der nämliche wie bey Ganzen; denn bey Einnahmen, und Ausgaben, beym Passiv = und Activstande kommen fast allemal gebrochene Zahlen vor.

§. 108. Aufgabe. Gebrochene Zahlen, oder Brüche zu addiren.

Auflösung.

Ich setze zum ersten Falle, wenn die Brüche gleiche Nenner haben, darf man nur die Zähler addiren, entstehet ein Afterbruch, so ists ein Zeichen, daß Ganze darinn stecken, welche leicht gefunden werden, wenn man mit dem Nenner in den Zähler dividirt.

Gleicher Nenner.

$$\begin{array}{ll} & 18 \\ \frac{7}{18} \text{ fl.} & \\ \frac{5}{18} & \frac{24}{18} \text{ ist } 1\frac{1}{3} \text{ fl.} \\ \frac{4}{18} & \\ \frac{8}{18} & \end{array}$$

Zweyter Fall. Ist die Benennung ungleich, so sind die Brüche nach §. 93. zur nämlichen zu bringen, alsdann gehet die Arbeit, wie im ersten Falle. Z. B.

Allgemeiner Nenner.

$$
\begin{array}{lccc}
 & & 12 & \\
\frac{1}{2} & 6 & — & 6 \\
\frac{2}{3} & 4 & — & 8 \\
\frac{3}{4} & 3 & — & 9 \\
\hline
 & & & \frac{23}{12} = 1\frac{11}{12}
\end{array}
$$

Dritter Fall. Wenn zugleich Ganze zu sammeln vorkommen, so addirt man wie vorhin die Brüche zuerst, ziehet aus selben die Ganzen, wie im vorhergehenden ersten Falle, wenn einige darunter sind, und endlich addirt man diese Ganze zu den übrigen Ganzen: als

Allgemeiner Nenner.

$$
\begin{array}{lccc}
 & & 12 & \\
3\frac{1}{2} & 6 & — & 6 \\
5\frac{1}{3} & 4 & — & 4 \\
17\frac{3}{4} & 3 & — & 9 \\
\hline
 & & & \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12} \\
\hline
26\frac{7}{12} & \text{Summa.} & &
\end{array}
$$

§. 109. Beweis. Der Werth eines jeden Bruches ins besondere (er mag mit dem andern in gleicher Benennung stehen, oder erst dahin gebracht werden) ist nach dem Zähler zu schätzen, nach §. 96., wenn also alle Zähler addirt sind, so bekömmt man das Produkt aller Brüche richtig, welches der Aufgabe entspricht.

§. 110. Anmerk. Schon oben §. 99. ist gezeigt worden, wie man den größten unter mehrern Brüchen, und auch nach §. 93. wie man den allgemeinen Nenner am füglichsten finden könne. Hier ist nur die

die Addition aller Zähler beygefügt, und das Produkt, wo es größer, als der allgemeine Nenner ist, zertheilet worden; der Quotient zeigt die Ganzen, und der Rest den Zähler des weitern Bruches an, dessen Nenner der allgemeine bleibt.

§. 111. **Probe.** Solche ganz überzeugend, und schnell herzustellen, sind andere Brüche in der nämlichen Anzahl mit den gegebenen, welche den Abgang der vorigen von Ganzen ersetzen, auf die Seite hinzudichten, vielmehr wirklich anzusetzen, und ebenfalls nach den gegebenen Regeln zu addiren, dann beyde Summen in eine einzelne zu bringen, welche eben so viel Ganze geben müssen, als Brüche da waren. Z. B.

Allgemeiner Nenner.

40

$\frac{7}{8}$	5	—	35	$\frac{1}{8}$	5	—	5
$\frac{3}{4}$	10	—	30	$\frac{1}{4}$	10	—	10
$\frac{2}{5}$	8	—	16	$\frac{3}{5}$	8	—	24
$\frac{1}{2}$	20	—	20	$\frac{1}{2}$	20	—	20
Summ.			101				59
			59				

Totale $\frac{160}{40} = 4$ Ganzen.

§. 112. **Beweis.** Handgreiflich ists, daß, wenn man, wie im gegenwärtigen Falle geschah, 4 Brüche (deren jeder ein Theil seines Ganzen ist) und noch andre 4 Brüche (die eben das ersetzen, was den erstern an ihren Ganzen abgeht) addirt, eben so viel wirkliche Ganze entspringen müssen, als Brüche da waren, nach dem Grundsatze: **Alle Theile zusammen sind dem Ganzen gleich.**

Achter Abschnitt.

Von der Subtraction in gebrochenen Zahlen.

§. 113. Erkl. Brüche von Brüchen abziehen, ist ebenfalls nichts anders, als den Unterschied zweener gegebener Brüche zu finden, welcher Rest genannt wird.

Der Gebrauch ist, wie bey Ganzen, und es wird sich höchst selten treffen, daß nicht Ganze mit Gebrochenen, das ist, mit Theilen der Ganzen, in Einnahme und Ausgabe berechnet werden.

§. 114. Aufgabe. Einen gegebenen Bruch von einem größern abzuziehen.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn die Brüche gleiche Benennung haben, so wird nur der geringere Zähler vom größern abgezohen, und unter den Rest der bekannte Nenner gesetzt.

Nenner.

12

$\frac{7}{12}$ 7

$\frac{5}{12}$ 5

$\frac{2}{12}$ oder $\frac{1}{6}$ Rest.

Zweyter Fall. Ist aber die Benennung nicht die nämliche, so muß selbe nach §. 92. gleich gefunden werden, und dann hat obige Regel wieder statt.

Allge-

Allgemeiner Nenner.

$$\begin{array}{lrcl} & & & 10 \\ \frac{3}{5} & 2 & \rightarrow & 6 \\ \frac{1}{2} & 5 & - & 5 \\ \hline & & & \frac{1}{10} \text{ Rest.} \end{array}$$

Dritter Fall. Wenn ein blosser Bruch von einem andern sammt einem Ganzen abzuziehen vorkömmt, und der obere Bruch kleiner, als der untere wäre: so gilt die zu entlehnende Einheit so viel, als der allgemeine Nenner der Brüche gilt. Gleiche Bewandtniß hat es, wenn in beyden Ganze, und Gebrochene stehen. Beyspiele werden Klarheit geben.

Allgemeiner Nenner.

$$\begin{array}{lrcl} & & & 16 \\ 5\frac{1}{2} & 8 & - & 8 \\ \frac{7}{8} & 2 & & 14 \\ \hline & & & \frac{10}{16} = \frac{5}{8}, \text{ ist also} \end{array}$$

der ganze Rest $4\frac{5}{8}$.

Allgemeiner Nenner.

$$\begin{array}{lrcl} & & & 18 \\ 5\frac{1}{2} & 9 & - & 9 \\ 2\frac{7}{9} & 2 & & 14 \\ \hline \text{Rest} & & & \frac{13}{18} \end{array}$$

Das Entlehnte gilt 18 also wird 14 — 27 giebt $\frac{13}{18}$

in allem $2\frac{13}{18}$ ganzer Rest.

Allgemeiner Nenner.

$$\begin{array}{llll} & & 24 & \\ 6\frac{1}{3} & 8 & - \; 8 & \\ 3\frac{5}{8} & 3 & 15 & \\ & & \overline{\frac{17}{24}} & \end{array}$$

Das Entlehnte gilt 24 also 15 — 32 ist $\frac{17}{24}$.

in allem $2\frac{17}{24}$ ganzer Rest.

Vierter Fall. Wenn ein Bruch von einem Ganzen abgezohen werden muß, so ist das Entlehnte eben so viel, als des Bruches Nenner, also im ersten Falle gilt das Entlehnte = $\frac{4}{4}$ im zweyten = $\frac{8}{8}$.

Erster Fall.

$$\begin{array}{l} 7 \\ 3\frac{3}{4} \\ \hline 3\frac{1}{4} \text{ Rest.} \end{array}$$

Zweyter Fall.

$$\begin{array}{l} 3 \\ -\frac{3}{8} \\ \hline 2\frac{5}{8} \text{ Rest.} \end{array}$$

§. 115. **Probe.** Die Untersuchung geschiehet durch die Sammlung des Restes mit dem, was abzuziehen war; und es wird der größere Bruch nebst den Ganzen (wenn er einige hatte) als Summe zum Vorscheine kommen.

§. 116. **Anmerkung** für den 4ten Fall. Daß die entlehnte Einheit so viel, als des Bruches Nenner gelte, hat seine Richtigkeit daher, weil ein Ganzes entlehnet wird; der Nenner aber schon in seiner natürlichen Eigenschaft nach §. 88. anzeigt, in wie viele

Theile

Theile das Ganze getheilet sey; es muß also das Entlehnte eben so viel, als der Nenner gelten.

Neunter Abschnitt.

Von der Multiplication in gebrochenen Zahlen.

§. 117. Erkl. Einen Bruch durch einen andern multipliciren heißt denselben so oft zu sich selbst setzen, als Theile NB. Theile des Ganzen in dem andern Bruche enthalten sind. Der Gebrauch davon wird sich bey der Regel von 3 Sätzen ohne weitere Empfehlung von selbst darstellen.

§. 118. Aufgabe. Mit zween Brüchen die Multiplication anzustellen.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn zween Brüche zu multipliciren vorkommen, so sind nur Zähler mit Zählern, und Nenner mit Nennern zu multipliciren.

Als

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$ Produkt.

Zweyter Fall. Wenn ein Ganzes durch einen Bruch zu multipliciren vorkömmt, so wird blos der Zähler des Bruches mit dem Ganzen multiplicirt, und der Nenner darunter gesetzet.

$5 \times \frac{3}{4} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

Dritter Fall. Ein Ganzes durch Ganze, und Gebrochene, zu multipliciren heißt nichts anderes, als den zweyten Fall befolgen, und die Ganzen selbst wie gewöhnlich multipliciren.

$$6 \times 3\frac{2}{5} = 18\ \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$$

das ganze Produkt ist also $20\frac{2}{5}$

Vierter Fall. Ganze und Gebrochene mit Ganzen und Gebrochenen zu multipliciren fodert, daß die Ganzen zur Benennung des Bruches gebracht werden; alsdann hat die Regel des ersten Falles Platz, jedoch mit dem Anhange, daß das Produkt beyder Nenner zum Divisor werde, um die enthaltenen Ganzen herzustellen.

$$\begin{array}{l} 3\frac{2}{3} \times 5\frac{1}{2} \\ \hline \ \frac{11}{3} \quad\ \frac{11}{2} \\ \hline \quad \frac{121}{6} = 20\frac{1}{6} \text{ Produkt.} \end{array}$$

Ein anderes.

$$\begin{array}{l} 7\frac{1}{2} \times 9\frac{3}{4} \\ \hline \ \frac{15}{2} \quad\ \frac{39}{4} \\ \hline \quad \frac{585}{8} = 73\frac{1}{8} \text{ Produkt.} \end{array}$$

Fünfter Fall. Wenn ein Ganzes und Gebrochenes mit einem Bruche allein zu multipliciren ist, wird das Ganze ebenfalls wieder zur Benennung des angehängten Bruches gebracht, wo dann der erste Fall statt hat.

$$\begin{array}{l} 2\frac{7}{8} \times \frac{3}{5} \\ \hline \frac{23}{8} \times \frac{3}{5} \\ \hline \quad \frac{69}{40} = 1\frac{29}{40} \text{ Produkt.} \end{array}$$

§. 119. Beweis. Durch gegenwärtige fünf allein mögliche Fälle sind Brüche so oft zu sich selbst gesammelt worden, als Theile des Ganzen in dem andern Bruche enthalten sind; dieß aber heißt gemäß der gegebenen Bestimmung die Brüche multipliciren, mithin ist die vorgelegte Aufgabe richtig gelöset.

§. 120. Probe. Diese geschiehet durch die ihr entgegenstehende Division am füglichsten, und ob ich schon derselben Lehre noch nicht angeführt habe, so will ich doch dem nachstehenden Entwurfe gleich die Proben beysetzen, mit der sichern Hoffnung, daß meine Leser sich die Mühe geben werden, ein paar Blätter vorzurücken, wo ihnen die Regeln und Fälle der Division mit Brüchen werden anschaulich dargethan werden.

Besonders merkwürdig ist es, daß das mit Brüchen erhaltne Produkt (im Gegensatze mit der Multiplication in ganzen Zahlen) seinem innerlichen Werthe nach immer kleiner werde: die Ursache dieses sehen sehr viele nicht ein, sie wird begreiflich, wenn man Nachstehendes in Ueberlegung nimmt, woraus zu sehen, daß je nachdem der Multiplicator abnimmt, auch das Produkt fällt, also bey Brüchen nach der gegebenen Erklärung noch mehr vermindert werden muß. Z. B.

Multiplicator.		Multiplicandus.		Produkt.
6	×	6	=	36
5		6	=	30
4		6	=	24
3		6	=	18
2		6	=	12
1		6	=	6
$\frac{1}{2}$		6	=	3
$\frac{1}{3}$		6	=	2
$\frac{1}{4}$		6	=	$1\frac{1}{2}$

Das Beyspiel $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ giebt vollkommene Einsicht; denn Multipliciren ist nichts anders, als eine Zahl (hier nämlich $\frac{2}{3}$) so vielmal zu sich selber addiren, als Einheiten die andere (hier $\frac{1}{2}$) in sich enthält: diese enthält aber keine ganze Einheit, sondern nur eine halbe, so ist auch $\frac{2}{3}$ nicht ganz, sondern nur halbmal zu nehmen, und diese Hälfte ist sonnenklar $\frac{1}{3}$.

Hier könnte man zwar folgenden Zweifel aufwerfen: Obige $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{2}$ sind Brüche vom Gulden; also ist es eben so viel, als 30 kr. mit 40 kr. multipliciren, weil 30 kr. einen halben Gulden, und 40 kr. zwey Drittel ausmachen; diese gäben aber 1200, folglich niemal 20 kr., welche das oben erhaltne Produkt $\frac{1}{3}$ in sich begreift.

Die Antwort ist leicht. 30 kr. sind in der Sprache der Rechnung keine Ganze, sondern $\frac{30}{60}$ fl. also auch 40 kr. nur $\frac{40}{60}$ fl. Es ist zwar wahr, daß die Zähler 1200 auswerfen; aber wenn diese nach §. 118. 1ten Fall mit dem Produkte der Nenner nämlich 3600 dividiret werden, so wird $\frac{1200}{3600}$ fl. wieder nichts anders, als ein Drittel vom Gulden, das ist 20 kr. geben nach §. 93. von der Verkleinerung.

Entwurf

aller obigen Fälle mit angehängter Probe.

I.

$\frac{2}{7} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{56}$ oder $\frac{5}{28}$

Probe.

$\frac{5}{8} : \frac{5}{28} = \frac{40}{140} = \frac{2}{7}$

II.

$2 \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$

Probe.

$\frac{3}{5} : \frac{6}{5} = \frac{30}{15} = 2$

III.

$5 \times 2\frac{1}{3} = 10\frac{5}{3}$

Probe.

$5 : 10\frac{5}{3} = 2\frac{5}{15} = 2\frac{1}{3}$

Anderst.

$2\frac{1}{3} : 10\frac{5}{3}$

7 35

21 : 105 (5.

IV.

$2\frac{3}{4} \times 7\frac{5}{8}$

$\frac{11}{4}$ $\frac{61}{8}$

$32 : 671 = 20\frac{31}{32}$

Probe.

$2\frac{3}{4} : 20\frac{31}{32}$

11 671

$352 \; 2684 = 7\frac{5}{8}$

V.

V.

$$5\tfrac{2}{3} \times \tfrac{5}{8}$$

$$\tfrac{17}{3} \times \tfrac{5}{8} = \tfrac{85}{24} = 3\tfrac{13}{24}$$

Probe.

$$\tfrac{5}{8} : 3\tfrac{13}{24}$$

$$85$$

$$120 : 680 = 5\tfrac{2}{3}$$

Zehenter Abschnitt.

Von der Division in gebrochenen Zahlen.

§. 121. Erkl. Durch Brüche dividiren heißt suchen, wie oft der kleinere Bruch in dem größern enthalten sey.

Der Gebrauch hievon wird sich bey der Regel von 3 Sätzen weiters äussern.

§. 122. Aufgabe. Brüche durch Brüche zu dividiren.

Auflösung.

Erster Fall. Zween nebeneinander stehende blosse Brüche werden über das Kreuz multiplicirt, und dann sind sie dividirt.

Aber hier ist wohl zu bemerken, daß man den Divisor, oder kleinern Bruch gut unterscheide, indem es bey weiten nicht eines ist, diesen für jenen zu brauchen, weil der Nenner des dividirenden Bruches, oder Divisors mit dem Zähler des zu dividirenden Bruches das Produkt giebt, woraus die Ganzen zu ziehen sind.

 Dieses

Dieses ist ein Hauptumstand, den man nie ausser Augen lassen muß. Z. B.

$$\tfrac{1}{2} : \tfrac{3}{5} = \tfrac{6}{5} = 1\tfrac{1}{5}$$

Es würde gefehlt seyn wenn man sagte:

$$\tfrac{1}{2} : \tfrac{3}{5} = \tfrac{5}{6}$$

Ein anderes.

$$\tfrac{7}{8} : \tfrac{1}{4} = \tfrac{28}{8} = 3\tfrac{4}{8} \text{ oder } \tfrac{1}{2}$$

Aber nicht:

$$\tfrac{7}{8} : \tfrac{1}{4} = \tfrac{8}{28}$$

Zweyter Fall. Die Theilung eines Bruches durch ein Ganzes geschieht, wenn man den Nenner des Bruches in das Ganze multiplicirt, und den Zähler oben aufsetzet.

$$4 : \tfrac{3}{5} = \tfrac{3}{20}$$

oder

$$\tfrac{3}{4} : 9 = \tfrac{3}{36} = \tfrac{1}{12}$$

Dritter Fall. Wenn ein Ganzes mit angehängtem Bruche durch ein Ganzes zu dividiren ist, wird das Ganze zur Benennung des Bruches gebracht, und mit ihm vereiniget, (hoc est: fiat aggregatum fractionis) der Divisor mit dem Nenner des Bruches multiplicirt, und hiemit in den so geordneten Dividendus dividirt.

$$4 : 7\tfrac{1}{3}$$

$$12 : 22 = 1\tfrac{10}{12} \text{ oder } \tfrac{5}{6}$$

Vierter Fall. Ganze mit Gebrochenen durch Ganze mit Gebrochenen zu dividiren ist nicht schwer. Man verwandelt nur die Ganzen in Brüche von der Benennung des angehängten Bruches, und vereiniget sie, jedes mit seinem Gebrochenen, und so tritt der erste Fall ein, welcher die Behandlung vorschreibt, um den gehörigen Quotienten zu erhalten.

$4\frac{1}{2}$: $7\frac{3}{4}$

9 31 aggr.

36: 62 ($1\frac{26}{36}$ oder $\frac{13}{18}$ Quot.

Fünfter Fall. Wenn Ganze und Gebrochene durch Gebrochene zu dividiren sind, hat man folgendes zu thun: Das Ganze muß zum Bruche gemacht und mit dem angehängten Bruche vereinigt, und der neue Zähler mit dem Nenner des einfachen Bruches multiplicirt werden. Nach diesem wird der Zähler des einfachen Bruches mit dem Nenner des zusammengesetzten multiplicirt, und das erhaltene Produkt ist der Divisor, wodurch die Ganzen zu suchen sind.

$\frac{3}{4}$: $5\frac{6}{7}$

41

4 Quot.

21: 164 ($7\frac{17}{21}$

17 (

§. 123. Beweis. Durch obige in 5 Fälle eingetheilte Regeln sind die Brüche aller Arten aus den Größern oder aus den Ganzen gezohen worden, dieß heißt man aber Brüche durch Brüche dividiren, also ist die Aufgabe richtig gelöset.

§. 124. Probe. Diese geschiehet durch die entgegengesetzte Multiplication mit dem dividirenden Bruche in den Quotienten, wodurch zum Produkt der andere Bruch entstehen wird.

§. 125. Anmerk. Ebenfalls ist bemerkungswürdig, daß der Quotient bey gebrochenen Zahlen immer größer werde, als der Dividendus, zur Ursache könnte gleich dieses gelten; weil die Division der Multiplication schnur gerade entgegen steht, bey welcher gezeiget

zeiget ward, daß bey gebrochenen Zahlen das Produkt sich immer vermindere; nach diesen muß sich also in der Division der Quotient vermehren.

Aber die gründliche Ursache läßt sich näher aus der Erklärung der Division bestimmen; richtig ists, daß der Divisor so oft, und nicht öfter, und nicht weniger in dem Dividendus enthalten seyn müsse, als Einheiten in dem Divisor sind; bey Gebrochenen sind aber im Divisor keine Einheiten, sondern nur Theile derselben, also muß auch der Quotient öfter enthalten seyn, das ist, größer werden, ja hie und da sogar zu Ganzen erwachsen.

§. 126. **Anmerk.** Wem weder diese Erläuterung, noch die oben angeführte erste Regel der Division, oder vielmehr die dort gemachte Bemerkung in gebrochenen Zahlen Genügen leisten wollen, der erinnere sich, daß die Multiplication, und die Division immer heimliche Regeln von 3 Sätzen in sich begreifen, und stelle sich dieses auch hier vor, als

Zur Multiplication.

1 ℔ — $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{1}{2}$ Antw. $\frac{1}{4}$ fl.

oder

$\frac{4}{4}$ — $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{2}$ Antw. $\frac{1}{4}$ fl.

Zur Division.

$\frac{1}{2}$ ℔ — $\frac{1}{2}$ fl. = 1 ℔ Antw. 1 fl.

oder

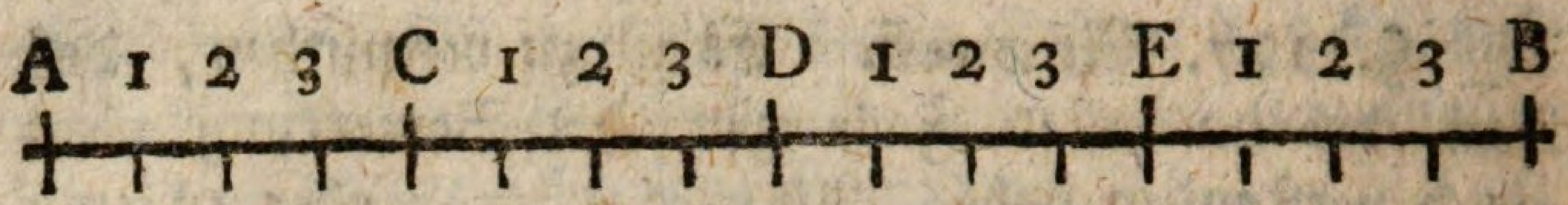
$\frac{1}{2}$ ℔ — $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{4}{4}$ Antw. 1 fl.

Eine vernünftige Ueberlegung von diesem, wenn man obige Regeln zu Hilfe nimmt, erhellet das Dunkle.

§. 127. Anmerk. Es ist zu vermuthen, daß man die im ersten Falle gemachte Bemerkung nicht gleich verstanden habe. Als $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$ oder $1\frac{1}{5}$ und daß es gefehlt sey zu sagen $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{5}{6}$. Man kehret blos den ersten Satz um, und saget: $\frac{2}{1} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$; denn der Zähler des kleinern Bruches muß ja ohngezweifelt allzeit der Divisor werden, eben darum, weil er zählet, wie viele Theile von seinem Ganzen genommen worden sind; und dadurch die in der Division zu nehmenden Theile gefunden werden müssen. Noch heller wird man dieses begreifen, wenn man zween gleiche Nenner nimmt. Z. B. $\frac{5}{8} : \frac{7}{8} = \frac{56}{40} = 1\frac{2}{5}$ und dann in der Bearbeitung die gleichen Nenner gar nicht ansieht; als $\frac{5}{\not{8}} : \frac{7}{\not{8}}$; sondern blos mit 5 in 7 dividirt, es kommen ebenfalls $1\frac{2}{5}$ zum Vorscheine.

Von den Brüchen der Brüche.

§. 128. Erklär. Ein Bruch des Bruches ist nichts anders, als ein Theil des ersten Bruches, welcher für ein Ganzes in Ansehung des zweyten betrachtet wird, ob er es schon in Rücksicht des Hauptganzen niemal ist: zum B. 2 Pf. = $\frac{1}{2}$ kr. und dieser Kreuzer wird indessen als ein Ganzes angesehen, ob er schon immer ein Bruch des Guldens ist, und so von allen übrigen Dingen. Und weil hierinn große Schwierigkeiten verborgen zu seyn scheinen, so will ich meine geneigten Gönner dieses höchst irrigen Vorurtheils durch eine gerade Linie belehren, und zeigen, daß ihnen Brüche von Brüchen etwas alltägliches, etwas allgemeines seyen; denn wer redet nicht täglich beym Gelde von Pfenningen, beym Gewichte von Lothen, bey der Ausmessung von Zollen, und weiters? und so dieser redet ja von Brüchen der Brüche; ich mache die Abtheilung in einer Linie.



Hieraus wird man sehen, daß die Linie AB in 4 Viertel deren jedes wieder 4 kleinere hat, mithin in allem in 16 Theile abgeschnitten sey, es ist auch sichtbar, daß AE ein $\frac{3}{4}$tel von dieser Linie sey, und EB das $\frac{1}{4}$tel. Wer nun AE wegnimmt, und $\frac{1}{2}$ von EB dazu, der hat $\frac{3}{4} + \frac{1}{2}$ von einem $\frac{1}{4}$tel der Linie; also hat er Brüche von Brüchen: nämlich er hat $\frac{3}{4}$ von der ganzen Linie, und hat $\frac{1}{2}$ von der $\frac{1}{4}$ Linie EB welche nach der gegebenen Erklärung als ein Ganzes betrachtet wird.

Alles dieses ist ganz klar. Die Linie betrachte ich als eine Elle. Es kauft eine Weibsperson $6\frac{3}{4}$ Ellen Bänder, und beym Abmässen fällt ihr bey, daß noch etwas Weniges abgehe; sie nimmt also $\frac{1}{2}$ Viertel dazu, und bezahlt eben das, was ich oben gesagt habe.

Ein Baumeister bauet ein Haus von der ganzen Länge dieser Linie (wohlgemerkt: die ganze Länge dieser Linie ist in sich etwas Unbestimmtes, und man kann sich selbe in Gedanken nach Belieben verlängern, oder verkürzern, und als eine Elle oder Ruthe oder auch als hundert Ellen und Ruthen ꝛc. vorstellen;) und nimmt in seinen Risse die Hälfte zur Breite des Hauses, nämlich AD. Beym Baue selbst zeigt sich, daß die Breite füglich bis D 3 zu vergrößern wäre. Also hat die Breite des Hauses wirklich von dieser Linie $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ von einem Viertel der Linie, folglich der Bau in Ansehung seiner Ausmessung Brüche von Brüchen.

Wer alles dieses wohl überlegt, wird leicht urtheilen, daß Brüche von Brüchen zu bearbeiten ein nicht schlechterdings zu vernachlässigende Sache sey, indem

sie

sie beym Laufe unserer Handluugen nicht selten erscheinen.

§. 129. Aufgabe. Einen Bruch des Bruches zu einem einfachen zu bringen.

Auflösung.

Der Zähler des ersten Bruches wird mit dem Nenner des zweyten multiplicirt, und diesem Mehrfachen der Zähler des zweyten Bruches beygesetzet, so entspringt der Zähler des einfachen Bruches, welcher zu seinem Nenner das Mehrfache der beyden Nenner bekömmt. Man kann alles in der Linie selbst abzählen, um sich zu überzeugen.

Zum Beyspiel. Ich wähle den obigen Kauf der Bänder (NB. die 6 Ellen sind hier eben nicht zu betrachten, sie bleiben was sie sind) also

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{\frac{14}{16}}$$ werden einfache Brüche.

Ich wähle auch den angeführten Hausbau und sage:

$$\frac{\frac{2}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{16}}$$ werden einfache Brüche.

Wer 45 kr. im Sacke hat, besitzet einen $\frac{3}{4}$tel fl. denn es kommen auf jedes Viertel der Linie 15 kr. Hätte er nun noch die Hälfte des vierten Viertels, d. i. 7 kr. 2 Pf. so besässe er 52 kr. 2 Pf. in allem, der Ansatz muß dieser seyn:

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{2}{4}}{\frac{14}{16}} = 52 \text{ kr. } 2 \text{ Pf.}$$

Ein anderer hat 30 kr. also $\frac{1}{2}$ oder $\frac{2}{4}$ Gulden, wovon jedes Viertel ebenfalls 15 kr. macht. Hätte er nun noch 3 Theile eines weiteren Viertels, so wäre sein Vermögen 41 kr. 1 Pf. setze also:

$$\frac{\frac{2}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{11}{16} = 41 \text{ kr. } 1 \text{ dl.}}$$

Daß $\frac{14}{16}$ fl. 52 kr. 2 Pf. und $\frac{11}{16}$ fl. 41 kr. 1 Pf. machen, kann jeder nachrechnen; ja in der Linie abzählen, und dieß kann zum Beweise hievon dienen.

§. 130. Anmerk. Man darf glauben, daß ich in diesen beeden Ansätzen, da ich alles zu Vierteln oder zur gleichen Benennung machte, meine gegründete Ursache ganz gewiß werde gehabt haben. Denn ein anderer würde vielleicht im ersten Beyspiele sagen:

$$\frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{\frac{7}{8} = 52 \text{ kr. } 2 \text{ dl.}}$$

Und im zweyten Beyspiele:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{7}{8} = 52 \text{ kr. } 2 \text{ dl.}}$$

Wenn er aber betrachtet, daß in beyden Beyspielen $\frac{7}{8}$ zum Vorscheine kommen, so hätten auch beyde gleiches Geld, welches gewiß nicht wahr wäre. Hier hat der Leser abermal Stoff zum Nachdenken.

Ein anderes. Einer hat $\frac{3}{5}$ Gulden, ein anderer schenkt ihm noch von obigen $\frac{3}{5}$ Theilen $\frac{1}{4}$, wie viel hat er also Geld?

$$\frac{\frac{3}{5} + \frac{1}{4}}{\frac{15}{20} = \frac{3}{4} \text{ oder } 45 \text{ kr.}}$$

§. 131. Anmerk. Wenn also Brüche von Brüchen zu Ganzen, oder zu anderen Brüchen zu addiren wären, so hat man vorher nach obigen Regeln die Auflösung vorzunehmen, und bey solchen Brüchen allzeit mit NB. dem geringsten anzufangen; dann gehet die Arbeit den gewöhnlichen Gang.

Eilfter Abschnitt.

Von der Regel mit drey Sätzen.

Vorbericht.

Diese Regel schöpfet den Namen von den 3 Sätzen selbst, und lehret, wie wir aus diesen dreyen den vierten verhältnißmäßigen finden, d. i. solche vier Sätze herstellen können, daß sich der erste zum zweyten, wie der dritte zum vierten gleichmäßig verhalte; sie soll daher vielmehr die Verhältniß- oder Schlußregel heißen. Ihre Gründe sind standhaft, und überzeugender, als jene der Weltweisheit, ihre Folgen gesicherter, und die Proben so wahrhaft, daß ohne Nachtheil der gesunden Vernunft keiner hieran zweiflen kann.

Das bißher Gelehrte behielt immer so eigentlich zween Sätze zum Gegenstande; jetzt steigt man stufenweise zum 3ten und mehreren hinauf, und setzet den sehnlichsten Wunsch voraus: niemand wolle sich an die Regel von 3. Sätzen wagen, er sey denn durch stete Uebung, und reife Ueberlegung in allen vorgehenden sowohl Ganzen als Gebrochenen mehr als hinlänglich geübet.

§. 132. Wahlsatz. Da ich in der Folge die Regel von 3 Sätzen im Zwischenraume des ersten und

zweyten Satzes mit — verbinde, im Zwischenraume des zweyten und dritten aber = setze; so müssen diese Wahlzeichen wie folget, gelesen werden.

St.		fl.		St.
3	—	7	=	23

Drey Stücke kosten sieben Gulden, was kosten drey und zwanzig.

§. 133. Anmerk. Es ist äußerst nothwendig, daß man vor der Behandlung erkenne, ob die Regel gerade oder ungerade seye. Man findet zwar überall hierüber Erläuterungen, aber dunkle oder dem Verstande der Anfänger sehr überlegene: z. B. Die Erkenntniß der Verhältnisse, der umgekehrten Verhältnisse, der Wirkung, der Ursache, und der Zeit ꝛc.

Man muß dem Lehrlinge mit deutlichen, und einfachen Begriffen zu Hilfe kommen, welche sogar in der Regel von mehrfachen Sätzen können mit der nämlichen Leichtigkeit angewendet werden. Daher als

allgemeine Regel:

Wenn { kommen
mehr und mehr
weniger: und weniger } so ist die Regel gerade.

aber { Kommen
mehr: und weniger
weniger: und mehr } so ist die Regel ungerade.

§. 134. Lehrsatz. Bey der geraden Regel werden die zween letztern Sätze miteinander multipliciret, und das Produkt mit dem ersten Satze dividirt, der Quotient giebt den vierten verhältnißmässigen juxta illud:

Duc ternum in medium, productum divide primo.

Bey

Bey der ungeraden werden die zween erstern miteinander multipliciert: und das Produkt mit dem dritten dividirt, der Quotient giebt den vierten, oder:
Duc primum in medium, productum divide terno.

Ich setze vier Beyspiele zur Klarheit: Ein Müller mahlet auf seinen Mühlgängen 250 Schäffel Weitzen in 3 Wochen; in welcher Zeit mahlt er 1460 Schäffel bey dem nämlichen guten Wasser? Setze also

Sch. Woch. Sch.
250 — 3 = 1460

und sage: 1460 Sch. sind mehr dann 250 Sch. also braucht er auch mehrere Zeit, selbe zu mahlen, folglich ist die Regel gerade, und da ist der Fall auf mehr und mehr.

Zweytes Beyspiel. Ein Metzger kauft 300. Schafe um 685 fl. — verkauft hievon 146 wieder um den nämlichen Preis, wie viel nimmt er dafür Geld ein? Setze also:

300 — 685 = 146

Die letztern sind weniger als die erstern, also kosten sie auch weniger, folglich ist die Regel gerade, und der Fall auf weniger und weniger.

Drittes Beyspiel. Mit einem gewissen Vorrathe an Proviant rechnet ein Stadtkommandant, daß seine Garnison zu 1560 Mann noch leben könne $4\frac{1}{2}$ Monathe; jetzt wird die Garnison verstärkt auf 3000 Mann, wie lang können also diese leben? Setze also:

1560 — $4\frac{1}{2}$ = 3000

und sage 3000 Soldaten sind mehr: als 1560 also können sie mit dem nämlichen Vorrathe weniger Zeit leben, als $4\frac{1}{2}$ Monathe, folglich ist diese Regel ungerade, und der Fall auf mehr: und weniger.

Viertes Beyspiel. Der Schneider sagt: daß er zu einem Kleide, wenn das Tuch 2 Ellen breit ist, $4\frac{1}{2}$ Ellen brauche; wie viel muß er für den nämlichen Mann Ellen Sommerzeuge haben, der $\frac{5}{4}$ breit ist? Setze also:

$$2 \text{ Ellen} - 4\tfrac{1}{2} = \tfrac{5}{4}$$

und sage, die Breite des Sommerzeuges ist weniger als jene des Tuches, also braucht man auch mehr Ellen, folglich ist die Regel ungerade, und der Fall von weniger und mehr.

So kann man auch Regeln von 5, 7 und mehreren Sätzen leicht beurtheilen, und ich glaube, daß dieses sehr deutlich und einfach sey.

§. 135. Aufgabe. Aus 3 gegebenen Sätzen den vierten verhältnißmäßigen zu finden.

Auflösung.

1mo Ich setze voraus, daß nach obigen Grundsätzen die Regel gerade seye. Man multipliciert den zweyten, mit dem dritten, oder den dritten, mit dem zweyten Satze, je nachdem es bequemer ist; dann

2do dividirt man das obige Produkt mit dem ersten Satze, und der Quotient giebt den 4ten verhältnißmäßigen.

3tio Bey gebrochenen Zahlen ist weiters eine Regel wohl zu merken, daß der Nenner des ersten Bruchs (es mag ein blosser Bruch oder ein mit Ganzen eingerichteter dastehen (in das Produkt der zween andern Sätze multiplicire. So wie im Gegentheile der Eine, oder die zween Nenner (wenn nichts als Brüche dasind) in den Zähler des ersten, oder dessen Eingerichtetes multipliciren; dieses Produkt giebt den Divisor. Die Ursache dieser Behandlung ist die gleiche

gleiche Benennung der Sätze, welche allzeit nöthig ist; denn es wäre z. B. ungeschickt mit Dritteln in Fünftel ꝛc. zu arbeiten, und einen vierten verhältnißmäßigen Satz zu fordern.

§. 136. Beweis. Durch diese gegebene Regeln wird das Produkt der zween Nebensätze durch den ersten dividirt, der entspringende Quotient muß also nothwendig ein Verhältniß gegen seine Hervorbringer haben, und gemäß den Beweisen der Multiplication, wenn der Quotient durch den Divisor multiplicirt wird, entstehet wieder das alte Product; also ist hier der Quotient der vierte Verhältnißmäßige, nach dem bekannten Lehrsatze, das Produkt der zwey äußeren Glieder gleicht dem Produkte der zwey Mittlern.

Weil nun der Lehrsatz, die 3 Sätze zu bearbeiten, seine gewisse Richtigkeit hat, so kömmt es nur darauf an, die Beyspiele dieser Regel auf alle Stände so einzurichten, daß Hohe und Niedere, Bürger, Bauern, und alle Handelnde sich deren mit gutem Nutzen und Erfolge bedienen können: die Gebrochenen aber auf eine solche gute Art in diese Regel einzumengen, daß alle nur erdenkliche Vorfälle stuffenweise zum Anblicke dastehen, wie die Sub Lit. A B C D E ꝛc. ꝛc. angesetzten Beyspiele anzeigen.

Zween Vortheile, kurz zu rechnen, welche in Zukunft bey jeder Gelegenheit sollen angewendet werden, muß ich zuvor anführen.

Der erste ist bey Ganzen: Wenn sich der Divisor oder erste Satz bey geraden Regeln (bey ungeraden der letztere als Divisor) und einer der beyden andern Sätze durch die nämlichen Grundzahlen 2 3 4 5 6 7 8 9 oder auch durch höhere, ohne Rest zertheilen lassen, so wird solche Division (vulgo Aufhebung)

allzeit, jedoch so, angebracht werden, daß ich jene Zahl (welche zur Aufhebung dienlich war) immer nebenhin mit zwoen Klammern als (4) oder (3) oder (7) anmerken will.

Und damit ich mich durch Beyspiele über diese entspringende nützliche Kürze näher erkläre, so will hier eine Frage aufwerfen, und nach jeder geschehener Aufhebung dieselbe in ihrem weitern Ausdrucke frisch ansetzen, als:

Hauptfrage.

St. fl. St.

(6) Wenn 84 — 144 = 49

14 24

Zwote Frage.

(7) 14 — 24 = 49

2 7

Dritte Frage.

(2) 2 — 24 = 7

1 12

Vierte Frage.

Nach allen diesen Aufhebungen kömmt also:

1 — 12 = 7 Antw. 84

Der zweyte bey Gebrochenen: Eben diese Aufhebung findet bey Brüchen, mit beträchtlichem Vortheile statt; nur blos mit dem wohl zu merkenden Unterschiede, daß nicht allein der erste Satz, (wenn er auch ein Ganzes hat, das mit dem angehängten Bruche unter der nämlichen Benennung muß vereiniget werden) sondern auch der Nenner desselben und die Nenner der übrigen Brüche, je nachdem es thunlich ist, der Aufhebung unterworfen sind. Ich will die aufgehobenen

nen Zahlen mit einem Durchstrichlein, als 47356 zur leichteren Erkänntniß bezeichnen, und durch Beyspiele noch deutlicher machen.

Bey Brüchen soll man die Multiplicatores und Divisores wohl kennen, und sodann erst gegeneinander nach Möglichkeit aufheben. Vorausgesetzt, daß die Regel gerade, und im ersten Satze ein einfacher Bruch sey, so sind die Divisores 1mo der Zähler, 2do die 2 Nenner der letztern Brüche. Z. B.

$\frac{3}{8} - \frac{3}{4} = \frac{2}{5}$

Hier ist der 8, 3, und 2 Multiplicator,
und der 3, 4, und 5 Divisor.

Und nach der Aufhebung erscheinen
2, 1, und 2 Multipl. Antw. $\frac{4}{5}$.
1, 1, und 5 Divisor.

Wäre aber im ersten Satze ein Ganzes mit Gebrochenen, als $5\frac{1}{5}$ — 25 fl. = $\frac{7}{8}$.

Hier sind 5, 25, und 7 Multipl.
28, und 8 Divisor.

Und nach der Aufhebung
5, 25, und 1
4, und 8 Antw. $\frac{125}{32} = 3\frac{29}{32}$

§. 137. **Lehrsatz über die Benennung.** Der erste und dritte Satz müssen gleiche Benennung haben, d. i. wenn einer Geld oder Waare ist, muß auch der andere Geld oder Waare seyn; alsdann wird der 4te zu suchende dem zweyten in der Benennung ohnehin gleich kommen.

Es folgen also Beyspiele von der Regel von 3 Sätzen, welche so oft eine neue Abänderung der Brüche oder Versetzung derselben vorkömmt, allzeit mit einem lateinischen Buchstaben des Alphabets angezeigt werden.

werden. Voraus stehen eins, oder mehrere Beyspiele in ganzen, oder mit aliquoten und aliquanten Theilen in Rücksicht ihrer Ganzen, je nachdem es Gelegenheit giebt.

A.

Die Regel mit ganzen Zahlen, dann einfache Brüche im Vordersatze.

Die Aufhebungszahlen sind angezeigt durch die Einklammerung ().

Ein Schloßbaumann verkauft 8 Schäffel Weitzen um 96 fl. wie hoch kommen die noch übrigen 149 Sch. wenn er sie um den nämlichen Preis abgiebt?

(8) 8 — 96 = 149

1 — 12 = 298
149

Antw. 1788

Wie hoch kommen 65 Mastochsen, wenn der Metzger das Paar um 144 fl. kauft?

(2) 2 — 144 = 65

1 — 72 130
455

Antw. 4680

NB. Hier hätte der Multiplicator 72 nach §. 61. N. 11. zerfället werden können, und wäre hiedurch einige Verkürzung entstanden.

Wenn eine halbe Elle Tuch a 2 fl. 36 kr. zu stehen kömmt, was kosten 7 Ellen?

$\frac{1}{2}$ — 2 fl. 36 = 7

18 12

Antw. 36 fl. 24 kr.

NB.

NB. Der Nenner 2 multiplicirt auch nach §. 135. Regel 3. weil alles gleiche Benennung haben muß.

$\frac{1}{3}$ Silberborten kommen auf 1 fl. 46 kr. wie hoch kommen 9 Ellen?

$\frac{1}{3}$ — 1 fl. 46 kr. = 9

15 54

Antw. 47 fl. 42 kr.

NB. In beyden Beyspielen ist blos mit dem Nenner multiplicirt worden, weil der Zähler 1. nichts dividirt.

Wenn um 5 fl. 37 kr. $\frac{3}{4}$ Ellen verkauft werden, was kosten 6 Ellen.

$\frac{3}{4}$ — 5 37 = 6

33 42

3: 134 48

44 fl. 56 kr.

Noch kürzer.

(3) $\frac{3}{4}$ — 5 37 = 6
2

44 fl. 56 kr.

Hier ist mit (3) der Zähler, und letzte Satz aufgehoben, und gleich mit 8 als das Produkt von 4 × 2 multiplicirt worden; ist ebenfalls eine Kürze.

Item 15 Ellen Unterfutter kommen auf 13 fl. 45 kr. wie hoch kommen 27 Ellen?

(5) 15 — 13 45 = 27
(3) 3 2 45
1 9

Antw. 24 45

NB. Hier wurden der erste und der zweyte Satz mit (5) dann der ersten und der dritte mit (3) aufgehoben, daher kömmt die Kürze.

B.

Einfache Brüche im zweyten und dritten Satze.

Ein Buchhändler bedinget mit einem Fuhrmanne, daß selber gewisse Bücher auf 8 Meilen für 15 fl. fahren soll; sie wurden aber noch um 12 Meilen weiters spedirt, was macht der Fuhrlohn stante eadem conditione.

(4) 8 — 15 = 20
2 75 5
Antw. 37 fl. 30 kr.

Ein anderes.

(3) 6 — 11 fl. 15 = 16
(2) 2 3 45
1 30 fl. — 8

Nach geschehener zweymaliger Aufhebung war der letzte Ausdruck der Aufgabe blos dieser

1 — 3 fl. 45 kr. = 8

1 Pfund Pfeffer kostet $\frac{7}{8}$ fl. was kosten 12 Pfund.

1 — $\frac{7}{8}$: = 12
84
Antw. 10 fl. 30 kr.

Kürzer.

(4) 1 — $\frac{7}{8}$ = 12
2: 3
21
Antw. $10\frac{1}{2}$

NB

NB. Die bey 8: und 2: stehenden zween Punkte bedeuten, daß man hiemit dividiren muß.

Und weil die Regel einerley ist, ob der Bruch im 2ten oder 3ten Satze stehet, so frage:

Wenn ein Stück Käs zu 12 ℔. mir auf 3 fl. kömmt, was kauf ich um $\frac{4}{5}$ fl.

$$3 — 12 = \frac{4}{5}$$

15: 48

$3\frac{3}{15}$ oder $\frac{1}{5}$ ℔.

Jeder sieht, was geschehen ist.

Kürzer. (3) 3 — 12 = $\frac{4}{5}$

1 4

5: 16

Antw. $3\frac{1}{5}$ ℔.

C.

Einfache Brüche im ersten und zweyten Satze, auch ersten und dritten Satze.

Ein Maurermeister kauft 36000 Ziegelsteine, das Tausend a 9 fl. 40 kr. und 46 Sch. Kalch, jedes a 1 fl. 36 kr. was hat er zu bezahlen auf beyde Posten?

Antw. 421 fl. 36 kr.

$\frac{1}{2}$ Pfund Provanzeröl kostet $\frac{2}{5}$ fl. was kosten also 3 Pfund.

$$\frac{1}{2} — \frac{2}{5} = 3$$

6

5: 12

Antw. $2\frac{2}{5}$ fl.

Wenn

Wenn $\frac{3}{4}$ Ellen Porten 1 fl. 22 kr. 2 dl. ausgewogen haben, wie hoch kommen $\frac{4}{5}$ Ellen?

$$\frac{3}{4} - 1.\ 22,\ 2 = \frac{4}{5}$$

5 30 —

15: 22 —

Antw. 1 $\frac{7}{15}$ oder 1 fl. 28

D.

Einfache Brüche in den zween letztern Sätzen.

Ein Rothgärber kauft 24 Stücke rohe Kalbsfelle jedes a 1 fl. 24 kr. ein anderer liefert ihm 144 Stücke derley um den nämlichen Preis, was muß er diesem zahlen?

1 — 1, 24 = 144

28 48

28 48

Antw. 201 36 kr.

Mein Nachbar hat 3640 fl. zu 5 pro Cent anliegend, wie hoch steiget das jährliche Interesse?

(5) 100 — 5 = 3640

20 1

Antw. 182 fl.

Man nehme an, daß um $\frac{2}{3}$ fl. bey einem Materialisten 6 Loth Gewürze sind gekauft worden, da man aber weitere $\frac{2}{5}$ Loth braucht, wie viel muß man bezahlen?

$$6 - \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

Antw. $\frac{2}{30}$ oder $\frac{1}{15}$ = 4 kr.

4 Pfund Flachs kommen a $\frac{7}{8}$ fl. was kosten $\frac{2}{7}$ Pfund?

$$\begin{array}{l} (7)\ 4 - \frac{7}{8} = \frac{2}{7} \\ (2)\ \quad\ \ 4 \end{array}$$

Antw. $\frac{1}{16}$ fl.

NB. Hier kömmt zu überlegen, warum der Einser in der Antwort stehe.

E.

Gebrochene in allen 3. Sätzen.

Heute hat mein Freund 564 fl. Interessen erhoben, und auf die Frage: Wie hoch sein Kapital verzinset wurde, gab er zur Antwort: Nach 4 Prozent: Wie stark war also das Kapital?

$$\begin{array}{lllll} (4) & 4 & - 100 & = & 564 \\ & 1 & \quad 25 & & 2820 \end{array}$$

Antw. 14100

NB. Diese Arbeit geschah durch Faktorn §. 61. N. 11.

Um $\frac{4}{5}$ fl. kauft einer $\frac{7}{8}$ Pfund, wie viel kauft er um $\frac{2}{3}$ fl.

$$\frac{4}{5} - \frac{7}{8} = \frac{2}{3}$$

Kehre den ersten Satz um, und multiplicire obere und untere, als

$$\frac{5}{4} - \frac{7}{8} = \frac{2}{3}$$

Antw. $\frac{70}{96} = \frac{35}{48}$

NB. Wer es näher wissen will, wird durch die Reducirung $23\frac{1}{3}$ Loth finden.

F.

Einfache im Vordersatze, Ganze mit Gebrochenen im Hintersatze.

Wenn zwey Schäffel Mehl auf 20 fl. 56 kr. zu stehen kommen, wie hoch werden 6 Sch. 5 Metzen bezahlt werden müssen?

(2)

$$
\begin{array}{lrrrl}
(2) & 2 & 20. & 56 & = 6,\ 5 \\
 & 1 & 10 & 28 & \\
\hline
 & & 62 & 48 & \\
\text{Aliquote(3 Metzen} = \tfrac{1}{2}\text{ Sch.} & & -5 & 14 & \\
\text{Theile. (2 = = } = \tfrac{1}{3} = & & -3 & 29 & 1\tfrac{1}{3} \\
\hline
 & \text{Antw.} & 71\text{ fl.} & 31 & 1\tfrac{1}{3}\text{ Pf.}
\end{array}
$$

$\frac{2}{3}$ Eimer Mosler Wein kosten 27 fl. was kosten also $6\frac{3}{4}$ Eimer?

$$
\begin{array}{l}
\tfrac{2}{3} - 27\text{ fl.} = 6\tfrac{3}{4} \\
\qquad\qquad\qquad\quad 27 \\
\hline
189 \\
54 \\
\hline
729 \\
3 \\
\hline
8:\ 2187 \quad \text{Antw.}\ 273\ \tfrac{3}{8}\text{ fl.}
\end{array}
$$

NB. Man wird verstehen, daß der Zähler des ersten mit dem Nenner des letztern Bruches multiplicirt, den Divisor 8 gegeben habe.

$\frac{1}{2}$ Faß weißes Bier kostet $5\frac{1}{2}$ fl. was kosten also 8 ganze Fässer?

$$
\begin{array}{l}
\tfrac{1}{2} - 5\tfrac{1}{2} = 8 \\
\hline
11 \\
\hline
\text{Antw.}\ 88\text{ fl.}
\end{array}
$$

G.

Im ersten Satze Ganze mit Gebrochenen, im Hintersatze Einfache.

Einer läßt 25000 Schindl hauen, verdingt das Tausend zu 4 fl. 10 kr. was muß er Arbeitslohn bezahlen?

Antwort 104 fl. 10 kr.

Wenn 24 Eimer Bier a 72 fl. verkauft werden, wie hoch kommen 1643 Eimer?

(6) 24 — 72 = 1643
(4) 4 12
1 3 Antw. 4929.

$3\frac{1}{2}$ Pfund Bremer Tobak kommen a 4 fl. wie hoch kommen $\frac{3}{4}$ Pfund, welche mir mein Freund überläßt?

$3\frac{1}{2}$ — 4 = $\frac{3}{4}$
7
$\frac{6}{7}$ oder 51 kr. $1\frac{5}{7}$ dl.

$1\frac{1}{3}$ Pfund Unschlitt kosten $\frac{1}{5}$ fl. was kosten 12 Pfund?

$1\frac{1}{3}$ — $\frac{1}{5}$ = 12
(4) 4
1 3
5: 9 Antw. $1\frac{4}{5}$ fl.

H.

Einfache im Hintersatze, und im zweyten Ganze mit Gebrochenen.

3 Schäffel Haber reichen 14 Pferden zum Futter auf 12 Täge, wie lang erklecken 126.

(3) 3 — 12 = 126
Antw. 1 4 504 Täge
oder 1 Jahr 139 Täge.

6 Pfund Rauchtobak kosten $1\frac{1}{5}$ fl. was kosten also $\frac{2}{3}$ Pfund.

(6) 6 — $1\frac{1}{5}$ = $\frac{2}{3}$
6
Antw. $\frac{2}{15}$ oder 8 kr.

2 Pfund

2 Pfund Kastanien kosten $\frac{2}{5}$ Gulden, was kosten $9\frac{1}{2}$ Pfund.

$$
\begin{array}{llllll}
(2) & 2 & - & \frac{2}{5} & = & 9\frac{1}{2} \\
 & 2 & - & \frac{1}{5} & = & 19 \\
10: & & & & & \\
\hline
\end{array}
$$

Antw. $1\frac{9}{10}$ macht 1 fl. 54 kr.

I.

Im ersten Satze Ganze mit Gebrochenen, im letztern blos Einfache.

Man nehme an, daß 2 Metzen Ulmer Gersten mit Fracht, Mauth, und allem auf 8 fl. 42 kr. zu stehen kommen, wie hoch belaufen sich 9 Metzen, und 3 Mäßl, das ist, der Metzen zu 4 Mäßeln genommen.

Metzen.

$$
\begin{array}{lllll}
(2) & 2 - & 8 & 42 = & 9,\ 3 \\
\hline
 & 1 & 4 & 21 & \\
\hline
 & & 39 & 9 &
\end{array}
$$

Mäßl.

$$
\text{Aliquote.}\;
\begin{array}{llll}
(2 = \frac{1}{2} - & 2 & 10 & \frac{1}{2} \\
(1 = \frac{1}{2}\ \text{v.}\ \frac{1}{2} & 1 & 5 & \frac{1}{4} \\
\hline
\end{array}
$$

Antw. 42 fl. $24\frac{3}{4}$ kr.

Wenn aber diese Frage in etwas erschweret würde, und man sagte: 2 Metzen kosten 8 fl. 42 kr. was kosten also 7 Sch. 5 Metzen, so wird man sich leicht rechnen auf folgende Art.

	Metzen.	fl.	kr.		Sch.	Metz.
(2)	2 —	8	42	=	7	5
	1 —	4	21			
5 Metzen kosten		21	45			
addirt		26 fl.	6	=	1 Sch.	
			7			
		182	42			
		13	3			
		4	21			
		4	21			
		204 fl.	27 kr.			

NB. Hier muß ich den Leser erinnern, daß nach geschehener Aufhebung mit (2) die Frage war: 1 Metzen kostet 4 fl. 21 kr. nachher habe ich 5. M. oder 21 fl. 45 kr. gesuchet, um den Werth von 6 Metzen oder einem Schäffel zu bekommen; das übrige gieng den gewöhnlichen Weg.

Noch kürzer ist diese Arbeit.

	M.	fl.	kr.		Sch.	M.
(2)	2 —	8	42	=	7.	5
	1 —	4	21			
dieß kosten 5 M. =		21	45			
		26	6 kosten 1 Sch.			
			7			
		182	42 kosten 7 Sch.			

Summe 204 27 kr. d. i. wenn der Werth von 5 Metzen, nämlich 21 fl. 45 kr. addirt wird.

$1\frac{1}{4}$ Leinöl kostet $\frac{1}{4}$ fl. was gilt das halbe Pfund?

$$\frac{1\frac{1}{4}}{\frac{5}{10}:} \quad - \quad \frac{1}{4} \quad = \quad \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{10}$ oder 6 kr.

K.

Ueberall einfache Brüche und in der Mitte zugleich Ganze.

Ein Kornkäufer kauft 12 Schäffel Korn a 74 fl. 48 kr. wie hoch kommen ihm um den nämlichen Preis 276 Sch.

(6)	12 —	74	48 =	276
(2)	2	12	28	6
	1	6	14	
				1656
	6 kr. = $\frac{1}{10}$		27.	36
	6 =	$\frac{1}{10}$	27	36
	2 = $\frac{1}{3}$ von $\frac{1}{10}$		9	12
	Antw.		1720 fl.	24

NB. Diese Arbeit geschah mittels zweymaliger Aufhebung des ersten Satzes und des Mittelsatzes wie jedermann sieht. Das Uebrige ward nach §. 66. behandelt.

Ein Brauer kauft 6 Sch. Gersten a 32 fl. 30 kr. was kosten ihm also 141 Sch. 3 Metzen, die er nachbekömmt.

(6)	6 —	32	30 =	141	3
	1 kr.	5	25		
			705		
	6 kr. $\frac{1}{10}$		14	6	
	3 ×		42	18	
	1 kr. = $\frac{1}{6}$ v. $\frac{1}{10}$		2	21	
	3 M. = $\frac{1}{2}$ Sch.		2	42	2
	Antw.		766	27	2

Auf

Auf eine andere Art in Brüchen.

$$6 - 32\tfrac{1}{2} = 141\tfrac{1}{2}$$

```
6 — 32½ = 141½
    ————   ————
     65     283
           ————
           1415
          1698
         —————
   24:   18395 (766 fl.
          159
           155
            11
          ————
           660 (27 fr.
           180
            12
          ————
            48 (2 Pf.
```

Also Antw. 766 fl. 27 kr. 2 Pf.

Ein Goldschmid kauft $\frac{7}{8}$ Loth Silber um $1\frac{1}{6}$ fl. wie hoch kömmt $\frac{1}{2}$ Loth.

```
(2)  7/8 — 1⅙ = 1/2
          ———
      4     7
    ———   ———
           7    2
  42:  28/42 | 4/6 | 2/3 oder 40 kr.
```

Gesetzt, auf eine halbe, das ist, $\frac{1}{2}$ Poststation (wenn man blos ein Pferd zur Ordinari spannen läßt) wird dem Postmeister accordirt $\frac{2}{3}$ fl. zu bezahlen, was muß also für $1\frac{3}{4}$ Post bezahlet werden?

```
(2)  1/2 — 2/3 = 1¾  2
                ———
           3:    7
              ————
              2⅓ oder 2 fl. 20 kr.
```

NB. Beyde 2 sind gegen den Nenner 4 aufgehoben worden.

L.

Im ersten Satze Ganze und Gebrochene, im letztern ebenfalls.

Ein Fischer kauft den Zentner Fische a 9 fl. 45 kr. in Loco, was kosten also die erhaltenen 13 Zentner 68 Pfund?

100 — 9, 45 =	1368		
	12312		
6 kr. = $\frac{1}{10}$ fl.	136	48	
36 = $\frac{6}{10}$ also ×	820	48	
3 = $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{10}$	68	24	
nun dividirt der erste Satz 100.	133,38 fl.	— kr.	
	60		
	22,80 kr.		
	4		
	3,$\frac{20}{100}$ Pf. = $\frac{1}{5}$ Pf.		

im Ganzen also 133 fl. 22 3$\frac{20}{100}$ = $\frac{1}{5}$ Pf.

NB. In der Operation selbst liest man gleich 1368 Pfund, weil der erste Satz ebenfalls als 100 Pfund angesetzt worden. Auf diese Art wird die Behandlung der 45 kr. durch die Rechnung mit Aliquoten erleichtert und die ganze Aufgabe mit mehr Geschwindigkeit gelöset.

M.

In den hintern zween Sätzen Ganze und Gebrochene, eben dieses in allen 3. Sätzen.

Ein Oekonomieverwalter fechset über Abzug der Speise und des Saamens auf dem ihm anvertrauten Gute für diesen Jahrgang.

An

An Weitzen.	—	132 Sch.	5 Metz.		
Korn.	—	178	= 3	=	
Gersten.	—	210	= 2	=	a 6 fl. 15
Haber	—	268	= 4	=	

Die Gerste wird in der Brauhaußrechnung vorgeführt, der Haber zur Hälfte im Pferdstalle angewandt, der Ueberrest verkauft, und zwar

Der Weitzen	a	12 fl. 15
Das Korn	a	7 = 48
Der Haber	a	4 = 36

Nun ist die Frage ganz einfach auf den Betrag des Geldes? Antwort.

Sie wird aber weitläufiger, wenn man zugiebt, daß der Verwalter von jeden Schäffel

Weitzen — $\frac{1}{4}$ Metzen
Korn — $\frac{1}{3}$
Haber. — $\frac{1}{2}$ zur Kastengeschwend

abziehen dörfe; nun fragt sichs, was er in diesem Falle am Ende des Jahrs bey Ablegung der Kastenrechnung in Einnahme an Geld, in Ausgabe auf Gersten, und Kastengeschwend in Abgang bringen dürfe. Dieß Beyspiel fodert Uebung — und üben kann und soll sich jeder selbst.

Um 5 fl. kauft man $14\frac{1}{2}$ Pfund Flachs, wie viel kauft man um $24\frac{1}{4}$ fl.

$$5 \;—\; 14\tfrac{1}{2} = 24\tfrac{1}{4}$$

	29	97
		873
10		194
40:		2813

Antw. $70\frac{13}{40}$ Pfund.

$3\frac{1}{2}$ Ballen Tücher kommen einem Handelsmanne auf $753\frac{1}{3}$ fl. nun erhält er weitere $12\frac{1}{4}$ um den nämlichen Preis, wie hoch kommen solche zu stehen?

$$\begin{array}{llll} (2) & 3\frac{1}{2} & — 753\frac{1}{3} = & 12\frac{1}{4} \quad 2 \\ \hline (7) & 7 & & 49 \\ & & 2260 & 7 \\ \hline & 6: & 15820 & \\ \hline & \text{Antw.} & 2636\frac{2}{3}\text{ fl.} & \end{array}$$

N.

Nun zur ungeraden Regel!

Wenn man die Fundamentallehre des §. 133. bis hieher gut geübet hat, so wird man in der Folge ungerade Regeln von 3 Sätzen entdecken; die Bearbeitung ist die nämliche, nur mit dem einzigen wohl zu merkenden Unterschiede, daß der dritte Satz statt des ersten dabey Divisor sey; man hüte sich also vor Irrungen!

Einer braucht zu einem ganzen Kleide 4 Ellen Tuch, dessen Breite $\frac{2}{4}$ wäre; nun will er es ganz füttern lassen mit $\frac{3}{4}$ breitem Zeuge, wie viel Ellen?

$$(3) \quad \frac{3}{4} \;—\; 4 \;=\; \frac{3}{4}$$

Antw. 12 Ellen.

NB. Durch die Aufhebung stehet alles gleich da; denn der Divisor ist hier ganz aufgehoben worden, und man braucht nur zu sagen: 3 × 4 so kriegt man zur Antwort 12 Ellen.

Ein Tapezierer macht den Ueberschlag, daß er zu Tapezierung der Zimmer in einem Pallaste 350 Ellen Brabanter Tapeten zu $2\frac{1}{4}$ Elle breit brauche; nun haben die Muster der Tapeten nur $1\frac{1}{3}$ Breite, also?

$2\frac{1}{4} - 350 = 1\frac{1}{3}$

$9 \quad 3150 \quad 4$

$16 : 9450 \; (\; 590\frac{5}{8}$ Ellen.

$141 \; ($

Einem Regimente neue Montierung beyzuschaffen, faconirt sich der Regimentsschneider auf 3750 Ellen, jede zu $\frac{5}{8}$ breit, wie viel braucht er Unterfutter, dessen Breite $\frac{3}{8}$ ist

Antw. 6250 Ellen.

NB. Der Verfasser weiß wohl, daß man Ermel und Falten nicht futtert: indeß wollte dieß die Aufgabe, und die mußte berechnet werden.

Eine Besatzung enthält 1500 Mann, und diese könnten noch 8 Monat in der Vestung verproviantirt werden; nun fürchtet man eine eilf Monat lange Belagerung, wie viel Mann wären zu entlassen?

Antw. $409 + \frac{1}{11}$ Mann.

Da aber der Feind alle Ausgänge sperret, so fragt sichs, wie schwer dann das Commißbrod gebacken werden soll? Man nehme an, daß bisher jeder Soldat täglich 20 Unzen erhalten habe, wie viel wird er in Zukunft bekommen?

Antw. $14\frac{6}{11}$ Unzen.

Wenn es aber geschähe, daß zu obiger Garnison sich noch 400 Mann in die Vestung würfen, wie lang würde ihnen obiger Vorrath hinlänglich seyn?

Antw. 6 Mon. 9 Täg $11\frac{7}{19}$ Stund.

Der Schneider macht mir 2 Sommerkleider aus $12\frac{1}{2}$ Ellen nach der $\frac{5}{4}$ Breite; nun arbeitet er an 2 tü-

chernen

chernen Kleidern auf 8 Ellen, nun ist die Frage um die Breite?

Antw. $1\frac{22}{96}$.

NB. Man weiß wohl, daß die Schneider nicht so genau rechnen.

6 Maurer führen einen Bau in 8 Monaten auf, wie viel Zeit würden 18 Maurer gebraucht haben?

Antw. $2\frac{2}{3}$ Monat.

20 Zimmerleute arbeiten einen Bau in 18 Wochen, ich will aber einen gleichen Bau in 8 Wochen fertig haben, wie viel sind mir Zimmerleute nöthig?

Antw. 45.

Man fährt eine Strecke Wegs von 36 Stunden in 6 Tägen mit schwer geladenen Wägen; nun soll die Zufuhr in 4 Tägen geschehen, wie weit muß man täglich fahren?

Täge		Stunden		Täge
6	—	6	=	4
4:		36	(9 Stunden.	

Bey jeder guten Stadtpolizey sind den Bäckern Gesetze festgesetzt, nach welchen sie im Verhältniße des Getreidpreises ihr Brod in höherm oder niederm Gewichte zu backen haben; man nehme an, daß nach obigen Gesetzen fest stünde, wenn der Metzen Mehl zu 2 fl. in Anschlag kömmt, so muß ein Batzenbrod 3 Pfund wiegen; nun aber kauft man den Metzen Mehl a 1 fl. 30 kr. also?

120	—	3	=	90
9		36	(4 Pfund.	

Ein

Ein Freund leihet mir auf 2 Monate 50 fl. wie viel muß ich ihm bey Gelegenheit auf 3 Monate leihen, damit sich der Zins gegen einander hebe?

Antw. 33 fl. 20 kr.

2 Herrn treten miteinander in eine Handelschaft, der erste legt auf 6 Monathe 400 fl. baar, was muß der andere auf 5 Monate einlegen?

Antw. 480 fl. —

§. 138. **Probe.** Diese kann bey der geraden Regel von 3 Sätzen auf mehrere Arten zu Stand kommen als 1mo man kehre die Regel um, d. i. man setze den gewesenen 3ten Satz auf den ersten Platz, den gefundenen 4ten auf den 2ten, und den vorigen ersten auf den 3ten, erneuere die Operation oder Arbeit wie vorhin, so muß der gewesene 2te Satz zum Quotienten genau kommen, und den sichern Schluß hervorbringen, daß der vorhin gewesene 4te Satz der wahre verhältnißmäßige gewesen seye.

2do Wird die Probe hergestellt, wenn man mit dem ersten Satze den zweyten, und mit dem dritten den vierten dividiert, und gleiche Quotienten erhält.

3tio Wenn der erste Satz mit dem vierten, und der zweyte mit dem dritten multipliciert wird, so müssen gleiche Produkte kommen, und dann ist die Arbeit richtig.

Bey der ungeraden Regel von 3 Sätzen liessen sich zwar alle obige Proben füglich anwenden, ich rathe aber blos die Sätze umzukehren, und die Operation von neuem anzufangen.

Zwölfter Abschnitt.

Von der Regel von fünf Sätzen in gerader, ungerader, und vermischter Ordnung.

§. 139. Die Ursache, warum ich hier die Regeln von geradem, ungeradem, und vermischtem Verhältnisse untereinander hersetze, ist, damit ich niemanden mit gar zu vielen Abschnitten lästig falle; und meine Leser zwinge, auf die vorhin gegebenen Regeln §. 133. ihr Augenmerk zu richten.

§, 140. **Erklär.** Diese Regel lehret, wie man aus 5 gegebenen Sätzen den 6ten verhältnißmäßigen finden könne, und hat von der Anzahl der Sätze ihren Namen geschöpft.

§. 141. Aufgabe. Aus 5 gegebenen Sätzen den 6ten verhältnißmäßigen zu finden.

Auflösung.

1mo Bey jedem dergleichen Beyspiele soll vor allen nach §. 133. gesucht werden, ob die gegebene Frage in ganz geradem, ganz ungeradem, oder vermischtem, d. i. theils gerad theils ungeradem Verhältniße sey.

2do Weiß man dieß, so weiß man auch die Divisorn, welche unter sich multiplicirt dem Hauptdivisor geben.

3tio Wenn nun dieser einmal gefunden ist, so ist die ganze Kunst erschöpft; denn die übrigen 3 Sätze unter sich multiplicirt, geben ein Produkt, welches

4to Durch den vormaligen Hauptdivisor dividirt werden muß, und zum Quotienten den 6ten verhältnißmäßigen Satz auswirft.

§. 142. Beweis. Dieser ist bey der Regel von 3 Sätzen schon angezeigt, und leidet hier keine Abänderung; denn

§. 143. Zusatz. Es ist klar, daß eine Regel von 5 Sätzen blos aus zwo Regeln von 3 Sätzen bestehe; sie kann also auch mittels der Bearbeitung zwoer solcher Regeln ausgeführt werden.

§. 144. Probe. Diese wird am füglichsten mit Umkehrung der Sätze, und Erneuerung der Regeln hergestellt; und dient zugleich zur Uebung.

Die Probe ist auch gemacht, wenn man mit dem ausgefallenen Quotienten das Produkt der Divisoren multiplicirt, und dieses dem Produkte der übrigen 3 Sätze gleich wird; hierinn ist zwar Kürze, aber weniger Uebung.

Beyspiele.

Wenn 45 Arbeiter 250 Ruthen eines Grabens in Zeit von 15 Tägen aufwerfen, wie viel werden 50 Arbeiter in einer Zeit von 20 Tägen aufwerfen, den nämlichen Fleiß, und das nämliche Erdreich, vorausgesetzt.

	Arb.	Täg.		Ruthen.		Arb.	Täg.
(5)	45	15	—	250	=	50	20
(5)	9	3				10	4
				2500			
		27:		10000		(370 $\frac{10}{27}$ Quotient.	

Wenn in einem Laufgraben 150 Ruthen in 12 Tägen durch 15 Pioniers hergestellt werden, wie weit können 18 in 3 Tägen graben.

Erster Ansatz.

Die Regel ist ganz gerade.

Pion. Tág. Ruth. Pion. Tág.

(3) 15 12 — 150 = 18 3

(5) 5 4 30 6 1

(3) 4: 180 (45 Ruthen.

Lies die Aufgabe also: wenn 15 Pioniers in 12 Tágen 150 Ruthen aufwerfen, wie viel werden 18 in 3 Tágen herstellen? Antw. 45 Ruthen.

Zweyter Ansatz.

Die Regel ist vermischt.

Pion. Ruth. Tág. Pion. Ruth.

(3) 18 45 — 3 = 15 150

(5) 6 15 5 50

(3) 2 5 1 10

(5) $2 \times 3 \times 10 = \frac{60}{5} = 12$ Tág.

Lies: Wenn 18 Pioniers 45 Ruthen in 3 Tágen fertig machen, in welcher Zeit werden 15 Pion. 150 Ruthen herstellen? Antw. in 12 Tágen.

Dritter Ansatz.

Die Regel ist vermischt.

Ruth. Tág. Pion. Ruth. Tág.

(3) 45 — 3 — 18 = 150 12

(5) 9 1 2 30 4

(9) 1 60 (15 Pion.

Lies: Gesetzt 45 Ruthen eines Laufgrabens werden in 3 Tagen durch 18 Pioniers hergestellt, so fragt sichs, um 150 Ruthen in 12 Tágen herzustellen, wie viel braucht man Pioniers? Antw. 15 Pioniers.

NB.

NB. In allen 3 Ansätzen sind die Divisores mit einer aufliegenden Klammer (⌒) bezeichnet.

Wenn dann, wie aus obigen Beyspielen klar ist, eine Aufgabe mehrere Veränderungen oder zerschiedenen Fragen unterworfen ist, so folget ganz gewiß, daß der zweyte und dritte Ansatz nach vollendeter Ausarbeitung eine Zahl zum Quotienten auswerfe (sieh im zweyten Ansatz 12 Täge, im dritten 15 Pioniers) die vormals unter den gegebenen Zahlen der ersten Aufgabe wirklich stund; folglich kann auch auf solche Art die Probe einer Aufgabe hergestellet werden, man braucht nur die Frage zu ändern, und diese ist von jener Probe mit Umkehrung der Sätze nur ein bischen, und schier gar nicht unterschieden.

Gesetzt 3 Schuhknechte machen in 6 Tägen 12 Paar Schuhe, wie viel machen ihrer 16 in 9 Tägen?

3 6 — 12 = 16 9
1 1 2 3
32
3
96 Paar Schuhe.

Ein Weinwirth bemerket, daß 8 Pferde seiner Gäste in 12 Tägen 6 Sch. Haber gebraucht haben; nun kommen mehrere Gäste, und in allen 24 Pferde, die 3 Wochen bleiben; fragt sich wie viel Haber nothwendig sey?

8 12 — 6 = 24 21
1 4 3 7
18
7
4: 126 (31½ Sch.

4 Herrn accordiren mit einem Gastgeb auf gewisse Speisen, gewissen Trunk, sammt der Logie auf 3 Wochen lang gegen 157 fl. Zahlung. Diese ziehen aus, und es kommen andre 8, bleiben 9 Wochen, was müssen sie unterm nämlichen Accord zahlen? Der Ansatz, und die Antwort ist sehr leicht.

Ein Wucherer weiß sich mit 100 fl. inner 9 Monathen 6 fl. Zins zu erhaschen; jetzt sinnt er darauf, 100 fl. Interessen in einem Jahre zu erpressen, wie stark muß also die Auflage seines Kapitals seyn?

6 9 — 100 = 100 12

2 3 4

Gesetzt! während der Belagerung der Vestung Belgrad hätten 200 Bäcken in 75 Tägen auf Commißbrods-Portionen 1500 Sch. Mehl abgebacken; nun will man wissen, in welcher Zeit 240 Bäcken die Quantität von 2400 Sch. Mehl abbacken würden? Vorausgesetzt, daß es an Oefen, und an aller übriger Zubereitung nicht mangle.

Ansatz.

200 1500 — 75 = 240 2400

Antw. 100 Täge.

NB. Man wird in diesem Beyspiele die wegzustreichende Nullen, die Aufhebung mit 24 und 15 leicht selbst bemerken, und die Antwort finden.

Alle Regeln von 5 Sätzen, wie ich schon anderswo erwähnte, also auch die obigen, lassen sich ganz füglich durch 2 Regeln von 3 Sätzen beantworten, als:

Erster Ansatz.
Bäcker Täg Bäck.
(4) 20,0 — 75 = 24,0
5 6
375 (62½ T.

Zweyter Ansatz.
(3) 15,00 — 62½ = 24,00
5: 8
10: 125
1000 (100 T.

Probe. Diese Probe kann auch füglich durch 2 Regeln von 3 Sätzen geschehen: ich bearbeite sie

Erster Ansatz.
(3) 24,00 — 100 = 15,00
8: 5:
500 (62½ T.

Zweyter Ansatz.
(4) 24,0 — 62½ = 20,0
6 5
125
10: 75,0 (75 T

Gesetzt 100 Zentner sind auf 80 Meilen zu führen, mit dem Fuhrmann accordirt man gegen 250 fl. baare Zahlung, was kosten also 70 Zentner auf 100 Meilen mit der nämlichen Bedingniß. Antw. 218 fl. 45 kr.

Gesetzt 500 Maurer arbeiten des Tags 14 Stunden um einen Thiergarten einzufangen, wovon sie auch eine ziemliche Strecke in 25 Tägen herstellen; nun fragt sich weiters, wenn man 1400 Maurer des Tags 12 Stunden arbeiten läßt, wann wird ein anderes Stück Mauer von gleicher Gattung und Länge fertig?

Ansatz.

500 14 — 25 = 1400 12
Antwort. $10\frac{5}{12}$ Täg.

Probe.

1400 12 — $10\frac{5}{12}$ = 500 14
Antwort 25 Täg.

Ein Beyspiel von sieben Sätzen.

275 Schneider kleiden eine Armee von 24000 Mann in 90 Tägen, wenn sie des Tags 12 Stunden arbeiten; nun sollen

len 150 Schneider des Tags 16 Stunden arbeiten, und 7600 Mann kleiden, woraus die Frage folgt, wie viel sie Täge brauchen. Ehe ich dieses Beyspiel in ordentlichen Ansatz bringe, will ich meinen Lesern zum Vortheile die Untersuchung anstellen.

275 — 90 = 150 weniger und mehr
12 — 90 = 16 mehr und weniger
24000 — 90 = 7600 weniger und weniger

Also zwo ungerade Regeln, und die letzte eine gerade.

Täg.

$$\frac{\frac{275}{55}\;\frac{12}{3}}{11}\;\frac{24000}{60} — 90 = \frac{\frac{150}{30}\;\frac{16}{4}}{6}\;\frac{7600}{19}$$

Antw. $39\frac{3}{16}$ Täge.

Ein anderes. Ein Fabrikant am Rhein hat durch die Erfahrung, daß er seine unterhabende 80 Fabrikanten auf 12 Monate mit 200 Fässern Weines deren jedes 280 Maaße, hält, unterhalten könne; jetzt findet er Fässer zum Handeln, deren jedes 190 Maaße hält, will hiemit noch 10 Fabrikanten aufnehmen, und solchen auf 15 Monate den herkommlichen Trunk reichen; wie viel solche Fässer muß er kaufen?

12 80 280 — 200 = 15 90 190

Antw. $414\frac{288}{608} = \frac{9}{19}$ Faß.

Die Probe wird durch Umkehrung der Regeln gefunden, oder auf andere Art, wie oben österts erinnert worden ist.

NB. Man wird durch alle Beyspiele bemerket haben, daß ich mit einem Klammerstrich, als ⌒ die Divisorn angezeigt habe, wodurch jedem die Arbeit erleichtert ist.

Ein Beyspiel von neun Sätzen.

Wenn 500 kaiserl. königl. Pioniers oder Minnengräber in Zeit von 2 Monaten einem Laufgraben von 15 Ruthen in der Breite, und 6 Ruthen in der Tiefe, auf 1200 Ruthen lang hergestellt haben; wie viel Zeit brauchen 650 Pioniers einen andern Laufgraben aufzuwerfen, welcher 13 Ruthen breit, $7\frac{1}{2}$ Ruthen tief, und 1150 Ruthen lang seyn soll. Antw. 2. M. 6 Täg $\frac{9}{26}$.

öhnlichen aliquot
r Theile nach §. 6

en das nämliche B

586		
7 fl.	42	
4102		
293	—	
117	12	
4512	12	

et werden, na

ie Verkleinerung des Multiplicators nach §. 71.

, wenn jedes a 7 fl.

586		
7	42	Id est 7.
4102		
410	12	
4512	12	

ie kürzeste Art ist dermal diese.

einem Weinwirth

	24 fl.	39 kr.
	36	48
×	147	54
	887	24
m.	4	55 3⅘
	4	55 3⅕
	4	55 3⅕
	4	55 3⅕
	907	7 - ⅘

pt.

Beyspiele soll sich
durch stete Uebu

iese dreyerley Arte

sten auf 24 fl. 39 kr. zu stehen

	24 fl.	39 kr.	
6 ×	36	48	Id est 8
1. 6 ×	147	54	
	887	24	
4 fl.	— 19	12	
		7 3⅕	
39 kr.		7 3⅕	
en.		7 3⅕	
		7 3⅕	
	907	— ⅘	

Ziemlich schwer.

rbeiten, damit er Fertigkeit er-

len
M
ch
ich

f
S

ode

in

lange, die
NB. D en
oll.